

## DEKOMPOSISI NILAI SINGULAR DAN DISCRETE FOURIER TRANSFORM UNTUK NOISE FILTERING PADA CITRA DIGITAL

Adiwijaya<sup>1</sup>, D. R. Suryandari<sup>2</sup>, F. A. Yulianto<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Prodi Ilmu Komputasi - Fakultas Sains, Institut Teknologi Telkom

<sup>2,3</sup>Fakultas Teknik Informatika, Institut Teknologi Telkom

Jl. Telekomunikasi no. 1 Dayeuh Kolot Bandung 40258

E-mail: adw@ittelkom.ac.id, <sup>2</sup>marsupial\_patch@yahoo.com, <sup>3</sup>fay@stttelkom.ac.id

### ABSTRAKS

Penggunaan citra digital pada saat ini telah menjadi suatu trend tersendiri. Namun, ketika dilakukan proses pengambilan gambar, seringkali terdapat noise yang masuk ke dalam citra, sehingga menyebabkan timbulnya bercak-bercak yang tidak beraturan. Jika hal ini terjadi, maka proses pengolahan citra yang akan dilakukan tidak akan memberikan hasil yang optimal. Oleh karena itu, diperlukan suatu proses noise filtering untuk mengurangi noise yang terdapat padanya. Pada makalah ini digunakan SVD (Singular Value Decomposition) dengan bantuan DFT (Discrete Fourier Transform) untuk mengurangi noise yang terdapat pada citra digital. Noise yang dibangkitkan untuk simulasi adalah additive Gaussian noise dan additive Laplacian noise. Dengan metode ini, matriks yang merepresentasikan citra ter-noise akan diuraikan, sehingga dapat diketahui komponen-komponen matriks yang terpengaruh oleh noise tersebut. Dari hasil penelitian, dapat diketahui bahwa SVD dengan bantuan DFT dapat digunakan untuk mengurangi noise pada citra digital, dan ketika parameter input yang digunakan optimal, maka kualitas citra hasil filtering yang diberikan pun lebih baik dibandingkan dengan SVD tanpa bantuan DFT.

**Kata Kunci:** Gaussian noise, Laplacian noise, noise filtering, blok SVD, DFT

### 1. Pendahuluan

Sebuah citra digital umumnya direpresentasikan dalam matriks dua dimensi, di mana satu piksel menempati satu elemen dari matriks dan setiap elemen berisi nilai derajat keabuan dari citra tersebut. Noise merupakan suatu bentuk gangguan pada suatu sinyal (Gonzalez, 2002). Timbulnya noise seringkali disebabkan oleh pergerakan acak elektron-elektron dari media yang digunakan pada proses akuisisi atau proses transmisi dari sinyal tersebut. Ketika sebuah citra digital terkena noise, maka akan timbul bercak-bercak yang tidak beraturan yang menyebabkan penurunan kualitas citra yang disebabkan oleh terjadinya perubahan nilai derajat keabuan pada piksel-piksel penyusunnya. Hal ini tentulah akan menyebabkan kerugian ketika akan dilakukan pengolahan citra lebih lanjut. Oleh karena itu diperlukan proses noise filtering untuk mengurangi noise yang terkandung di dalamnya.

DFT merupakan bentuk diskrit dari transformasi fourier yang berfungsi membawa sinyal dari domain spasial ke domain frekuensi (Smith, 1997). Sedangkan, SVD merupakan suatu teknik yang handal dalam perhitungan dan analisis sebuah matriks. Menurut Leon (2001), dengan SVD, struktur geometri dari sebuah matriks dapat terlihat lebih jelas, sehingga dapat dilakukan analisis yang lebih baik pada matriks tersebut sesuai dengan kebutuhan masing-masing. Proses dekomposisi dengan SVD membutuhkan proses komputasi yang

cukup rumit. Oleh karena itu, umumnya dilakukan pembagian blok pada matriks yang akan didekomposisi.

Pada makalah ini, akan dilakukan noise filtering pada citra digital dengan pendekatan analisis matriks menggunakan kombinasi DFT dan SVD. Tujuan dari kombinasi ini adalah untuk meningkatkan performansi (kualitas) citra hasil filtering. Pembahasan difokuskan pada bagaimana cara mengimplementasikan SVD dengan bantuan DFT untuk noise filtering pada citra digital. Selain itu, bagaimana pengaruh pemilihan cut-off frekuensi, ukuran blok dan jumlah nilai singular terkecil (NST) terhadap peningkatan kualitas citra hasil filtering, serta bagaimana kualitas citra yang dihasilkannya jika dibandingkan dengan kualitas citra hasil filtering menggunakan SVD tanpa bantuan DFT.

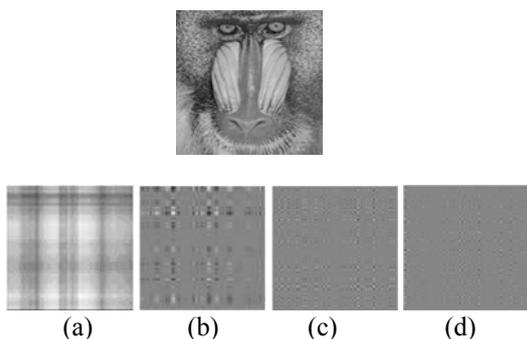
Noise filtering (Munir, 2004) termasuk salah satu operasi pada image enhancement yang bertujuan untuk mengurangi noise pada sebuah citra ter-noise. Noise filtering pada citra digital dapat dilakukan pada domain spasial atau domain frekuensi. Alur proses dari noise filtering dapat digambarkan secara umum seperti pada gambar berikut ini.



**Gambar 1.** Proses Noise Filtering pada Citra Digital Secara Umum

SVD merupakan salah satu alat yang dapat digunakan untuk merepresentasikan sebuah matriks. SVD juga merupakan suatu teknik yang handal dalam melakukan berbagai analisis dan komputasi matriks, yaitu dengan mengekspos struktur geometrinya, sehingga dapat diketahui beberapa properti penting dari matriks tersebut. Sebuah matriks yang direpresentasikan dengan SVD akan didekomposisi menjadi 3 komponen matriks, yaitu matriks vektor singular kiri, matriks nilai singular, dan matriks vektor singular kanan.

Misalkan  $f$  merupakan sebuah matriks yang merepresentasikan sebuah citra digital berukuran  $N \times N$ . Ketika  $f$  direpresentasikan dengan SVD, maka akan terbentuk sejumlah *basis image* yang menyusunnya sebanyak jumlah nilai singular yang terbentuk. *Basis image* pertama (yang berasal dari nilai singular terbesar) merepresentasikan komponen-komponen berfrekuensi rendah dari citra  $f$ , *basis image* ke-2 merepresentasikan komponen dengan frekuensi yang lebih tinggi dan seterusnya, seperti ditunjukkan pada Gambar 2. Dengan kata lain, semakin tinggi orde *basis image*-nya semakin tinggi pula frekuensi komponen-komponen citra yang terkandung di dalamnya.



**Gambar 2.** Citra Baboon.bmp dan Beberapa *Basis Image* pembentuknya.  
*Basis Image* : (a) 1 (b) 10 (c) 100 (d) 200

Dengan melihat *rank* dari matriks  $f$  dapat diketahui bahwa citra yang diasumsikan bebas *noise* memiliki *rank* mendekati  $N$ . Hal ini disebabkan karena sebagian besar energi yang terdapat pada citra dikelompokkan dalam nilai-nilai singular yang lebih besar. Namun, adanya *noise* yang terdapat pada citra menyebabkan perubahan pada nilai-nilai singularnya dan juga pada vektor singularnya. Perubahan tersebut mengakibatkan matriks  $f$  bersifat *full-rank* atau dengan kata lain memiliki *rank* sama dengan  $N$ , yang disebabkan oleh meningkatnya  $t$  nilai singular terkecil (NST) proporsional terhadap variansi *noise* tersebut, lihat Loncaric (1999) dan Swaminathan (2004).

Transformasi merupakan suatu proses yang digunakan untuk merepresentasikan suatu sinyal dari suatu domain ke domain lainnya. Tujuan dilakukannya transformasi adalah untuk

memperjelas informasi-informasi yang dibutuhkan dari sinyal tersebut.

Transformasi Fourier merupakan salah satu alat berupa fungsi yang digunakan untuk merepresentasikan suatu sinyal dari domain spasial ke domain frekuensi tanpa mengurangi informasi yang terdapat padanya

*Discrete Fourier Transform* (DFT) merupakan salah satu varian dari transformasi Fourier yang umumnya digunakan untuk mengolah sinyal digital dengan komputer digital. Hal ini disebabkan karena karakteristik DFT yang sesuai dengan komputer digital, yaitu bekerja pada data-data yang berada pada jangkauan atau *range* tertentu dan jumlahnya terbatas.

DFT merupakan suatu fungsi yang merepresentasikan sebuah citra digital dalam domain frekuensi, yang diilustrasikan dengan persamaan

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)} \quad (1)$$

di mana :

$$\begin{aligned} u &= 0, 1, 2, \dots, M-1 \\ v &= 0, 1, 2, \dots, N-1. \end{aligned}$$

Untuk merepresentasikan citra digital dalam domain spasial kembali, maka dilakukan invers DFT, yaitu

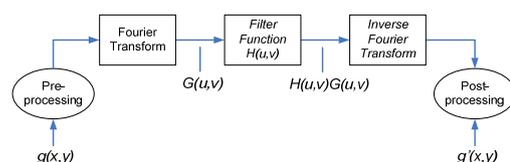
$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(ux/M + vy/N)} \quad (2)$$

di mana :

$$\begin{aligned} x &= 0, 1, 2, \dots, M-1 \\ y &= 0, 1, 2, \dots, N-1. \end{aligned}$$

Dalam proses simulasi untuk proses DFT digunakan algoritma FFT.

*Noise filtering* pada citra digital dalam domain frekuensi tidak lain merupakan proses *smoothing* (Price, 2006). Proses yang dilakukan adalah memotong atau mengurangi kontribusi frekuensi-frekuensi tinggi dari citra  $G$ , yaitu dengan membuat suatu filter,  $H(u, v)$  yang kemudian dikalikan dengan citra ter-*noise*,  $G(u, v)$ . Gambar 3 mengilustrasikan langkah-langkah dasar proses *filtering* pada domain frekuensi.

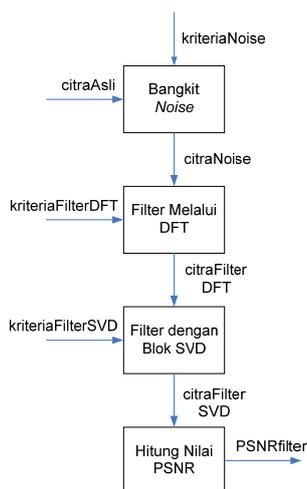


**Gambar 3.** Langkah-langkah Dasar *Filtering* Citra Digital pada Domain Frekuensi.

Terdapat beberapa jenis filter dasar yang dapat digunakan untuk melakukan *smoothing* pada domain frekuensi, yaitu seperti *Ideal*, *Butterworth*, dan *Gaussian Lowpass Filter* (LPF).

## 2. Analisis dan Perancangan Sistem Noise Filtering dengan SVD dengan bantuan DFT

Sistem yang dibangun pada penelitian ini merupakan sebuah sistem yang mengimplementasikan teknik SVD dan bantuan DFT untuk *noise filtering* pada citra digital ter-*noise*. Secara umum, alur proses untuk simulasi dari sistem diperlihatkan pada Gambar 4.



**Gambar 4.** Alur Proses Sistem *Noise Filtering* dengan SVD dan Bantuan DFT

*Filtering* dengan bantuan DFT dilakukan sebelum *filtering* dengan teknik SVD. Hal ini bertujuan untuk mengurangi pengaruh *noise* pada citra terlebih dahulu, sehingga ketika dekomposisi matriks dilakukan pada proses *filtering* dengan SVD, akan didapatkan nilai-nilai singular yang lebih tepat dalam merepresentasikan nilai kebergantungan antara vektor-vektor pembentuknya. Akibatnya, *cut-off* nilai singular yang dihitung menjadi lebih optimal dan *filtering* dengan SVD pun dapat memberikan hasil yang lebih baik.

Dengan alasan itu pula, penulis tidak melakukan *filtering* dengan bantuan DFT setelah *filtering* dengan SVD. Karena jika *filtering* dengan SVD dilakukan dahulu, maka nilai-nilai singular yang didapatkan pada proses dekomposisinya pun tidak dapat merepresentasikan nilai kebergantungan antara vektor-vektornya dengan lebih baik yang disebabkan karena pengaruh *noise* yang belum berkurang pada citra. Akibatnya, kualitas citra hasil *filtering*-nya pun kurang baik, dan ketika *filtering* dengan DFT dilakukan selanjutnya, maka hasil yang didapatkan hanyalah citra yang bersifat lebih *blur*.

## 3. Implementasi dan Pengujian Sistem

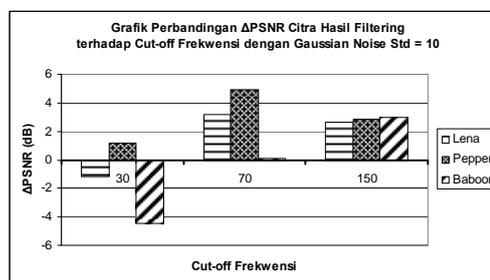
Citra uji yang digunakan adalah citra Lena, Peppers, dan Baboon, masing-masing berukuran

256x256 dengan format *bitmap* (\*.bmp) 24 bit. Ketiganya memiliki karakteristik histogram yang berbeda, yaitu kecerahan dari masing-masing komponen warna yang berbeda, seperti yang dapat dilihat pada gambar di bawah ini, misalkan citra Peppers memiliki komponen warna biru yang lebih gelap dibandingkan kedua citra uji lainnya.

Skenario pengujian yang digunakan adalah sebagai berikut :

1. Untuk menganalisis pengaruh pemilihan *cut-off* frekuensi terhadap peningkatan kualitas citra hasil *filtering*, maka ketiga citra uji ter-*noise* difilter dengan ukuran blok yang sama, yaitu 32x32, dan jumlah NST yang sama, yaitu 4, tetapi dengan *cut-off* frekuensi yang berbeda, yaitu 30, 70, 150.
2. Untuk menganalisis pengaruh pemilihan ukuran blok terhadap peningkatan kualitas citra hasil *filtering*, maka ketiga citra uji ter-*noise* difilter dengan *cut-off* frekuensi yang sama, yaitu 70, dan jumlah NST yang sama, yaitu 8, tetapi dengan ukuran blok yang berbeda, yaitu 8x8, 16x16, 32x32, 64x64, 128x128, dan 256x256.
3. Untuk menganalisis pengaruh pemilihan jumlah NST terhadap peningkatan kualitas citra hasil *filtering*, maka ketiga citra uji ter-*noise* difilter dengan *cut-off* frekuensi yang sama, yaitu 150, dan ukuran blok yang sama, yaitu 16x16, tetapi dengan jumlah NST yang berbeda.
4. Untuk menganalisis perbandingan kualitas citra hasil *filtering* menggunakan SVD dengan dan tanpa bantuan DFT, maka ketiga citra uji ter-*noise* difilter menggunakan berbagai kombinasi parameter input-nya.

Untuk keempat skenario di atas, digunakan faktor *smoothing* = 3. Nilai ini dipilih karena telah dilakukan penelitian sebelumnya bahwa nilai input tersebut memberikan hasil yang optimal pada berbagai citra.

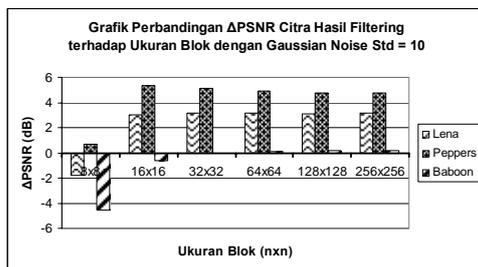


**Gambar 5.** Grafik Perbandingan  $\Delta$ PSNR Citra Hasil Filtering terhadap *Cut-off* Frekuensi

Seperti ditunjukkan Gambar 5, pemilihan nilai *cut-off* frekuensi mempengaruhi  $\Delta$ PSNR yang dihasilkan oleh teknik ini. Jika nilai *cut-off* tersebut terlalu rendah, itu berarti bahwa terlalu banyak frekuensi yang dibuang dan juga dapat

menyebabkan ikut terbuangnya frekuensi rendah, akibatnya komponen citra yang bukan *noise* pun ikut terbuang. Tentu saja ini akan menyebabkan penurunan  $\Delta$ PSNR. Namun, jika nilai *cut-off* terlalu besar, itu berarti bahwa frekuensi tinggi yang terbuang hanya sedikit, akibatnya hanya sedikit pula *noise* yang dihilangkan, sehingga  $\Delta$ PSNR yang didapat mengalami penurunan.

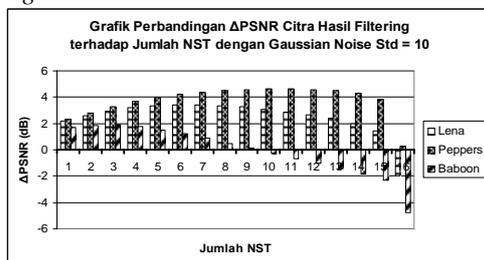
Nilai *cut-off* frekuensi yang dibutuhkan oleh masing-masing citra untuk mendapatkan  $\Delta$ PSNR tertinggi tidak selalu sama. Tidak menutup kemungkinan akan terjadi  $\Delta$ PSNR < 0 yang disebabkan oleh kombinasi parameter input yang tidak optimal, seperti ditunjukkan pada Gambar 6.



**Gambar 6.** Perbandingan  $\Delta$ PSNR Citra Hasil Filtering terhadap Ukuran Blok

Pemilihan ukuran blok pada citra mempengaruhi  $\Delta$ PSNR yang dihasilkan oleh teknik ini. Jika ukurannya terlalu besar atau kecil, maka nilai-nilai singular hasil dekomposisi SVD yang didapat kurang optimal. Akibatnya akan berpengaruh pada saat proses *filtering* nilai singularnya dilakukan. Ukuran blok yang digunakan oleh masing-masing citra untuk mendapatkan  $\Delta$ PSNR tertinggi tidak selalu sama. Tidak menutup kemungkinan akan terjadi  $\Delta$ PSNR < 0 yang disebabkan oleh kombinasi parameter input yang tidak optimal.

Berikut pada Gambar 7, analisis pengaruh pemilihan jumlah NST terhadap kualitas citra hasil *filtering*.



**Gambar 7.** Grafik Perbandingan  $\Delta$ PSNR Citra Hasil Filtering terhadap Jumlah NST 6

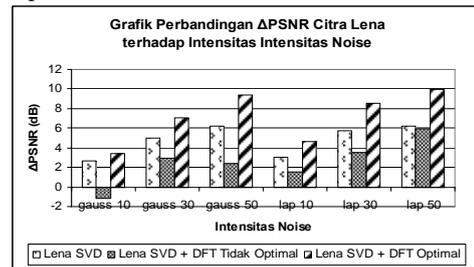
Pemilihan jumlah NST mempengaruhi  $\Delta$ PSNR yang dihasilkan oleh teknik ini. Jika jumlah NST yang digunakan terlalu banyak, maka *cut-off* nilai singularnya juga terlalu besar, akibatnya setelah dilakukan *filtering* nilai-nilai singular dari citra tersebut akan berkurang banyak, sehingga

komponen citra yang bukan *noise* juga ikut terbuang. Namun, Jika jumlahnya terlalu sedikit, maka *cut-off* nilai singularnya juga terlalu kecil, akibatnya nilai-nilai singular dari citra tersebut hanya berkurang sedikit, sehingga *noise*-nya juga hanya berkurang sedikit.

Jumlah NST yang dibutuhkan oleh masing-masing citra untuk mendapatkan  $\Delta$ PSNR tertinggi tidak selalu sama. Tidak menutup kemungkinan akan terjadi  $\Delta$ PSNR < 0 yang disebabkan oleh kombinasi parameter input yang tidak optimal.

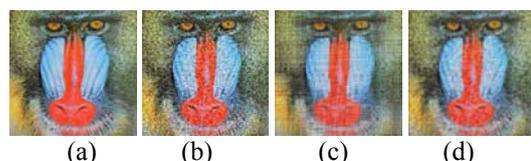
Untuk mendapatkan  $\Delta$ PSNR tertinggi, berdasarkan Tabel 1, dibutuhkan kombinasi nilai yang tepat pada ketiga parameter inputnya. Tidak menutup kemungkinan akan terjadi  $\Delta$ PSNR < 0 yang disebabkan oleh kombinasi parameter input yang tidak optimal. Ketiga parameter input tersebut saling bergantung. Parameter *cut-off* frekuensi ditentukan oleh intensitas *noise*, sedangkan jumlah NST yang dibutuhkan bergantung dari ukuran blok dan *cut-off* frekuensi yang digunakan.

Kombinasi dari ketiga parameter input tersebut berbeda-beda untuk setiap citra. Semakin tinggi intensitas *noise* yang terdapat pada citra, maka semakin tinggi pula nilai PSNR citra hasil *filtering* yang dapat diberikan oleh SVD dan bantuan DFT.



**Gambar 8.** Perbandingan  $\Delta$ PSNR Citra Lena terhadap Intensitas Noise

Dengan pemilihan parameter input yang tepat, maka *noise filtering* pada ketiga citra uji dengan intensitas *noise* yang beragam menggunakan SVD dan bantuan DFT selalu memberikan kualitas citra hasil *filtering* yang lebih baik dibandingkan dengan SVD saja. Hal ini disebabkan karena nilai-nilai singular hasil dekomposisi SVD setelah difilter dengan bantuan DFT menjadi lebih optimal dalam mewakili karakteristik dari citra tersebut, sehingga secara otomatis *cut-off* nilai singular dan pemotongannya juga menjadi lebih optimal.



**Gambar 9.** Citra Baboon.bmp hasil pengujian.  
(a) sebelum di-filter (b) Terkena *noise*  
(c) Setelah di-filter dengan SVD  
(d) Setelah di-filter dengan SVD dan DFT

**Tabel 1.** Pengaruh Kombinasi Parameter Input terhadap  $\Delta$ PSNR

	Cut-off Frek	Blok nxn	Jm I NST	PSNR		
				Noise	Filter	$\Delta$
gauss 10	150	16	6	28.14	31.57	3.43
gauss 30	70	64	51	18.85	25.91	7.05
gauss 50	30	16	14	14.81	24.15	9.35
lap 10	70	16	6	25.25	29.88	4.63
lap 30	30	16	7	16.44	24.94	8.51
lap 50	30	16	15	13.02	22.94	9.92

## 5. Kesimpulan dan Saran

SVD dengan bantuan DFT dapat digunakan untuk mengurangi *noise* yang terdapat pada citra digital. Semakin tinggi intensitas *noise* yang terdapat pada citra, berarti semakin banyak pula frekuensi tinggi yang harus dibuang supaya pengaruh *noise* berkurang, sehingga untuk mendapatkan  $\Delta$ PSNR tertinggi dibutuhkan nilai *cut-off* frekuensi yang semakin kecil. Hal ini berlaku untuk *Gaussian* dan *Laplacian noise*.

Pemilihan nilai yang tepat terhadap parameter input *cut-off* frekuensi, ukuran blok, dan jumlah NST (Nilai Singular Terkecil) dapat memberikan  $\Delta$ PSNR yang maksimal. Namun, jika pemilihannya kurang tepat,  $\Delta$ PSNR yang dihasilkan tidak terlalu tinggi atau bahkan dapat menurunkan PSNR citra hasil *filtering*. Kombinasi ketiga parameter input yang digunakan untuk mendapatkan  $\Delta$ PSNR tertinggi pada setiap citra berbeda-beda.

Semakin tinggi intensitas *noise* pada citra, maka  $\Delta$ PSNR yang dihasilkan oleh SVD dengan bantuan DFT juga semakin tinggi. Hal ini berlaku untuk *Gaussian* dan *Laplacian noise*. Jika nilai dari ketiga parameter input yang dipilih optimal, maka SVD dengan bantuan DFT untuk *noise filtering* pada citra digital selalu memberikan kualitas citra hasil *filtering* yang lebih baik dibandingkan dengan SVD saja.

Dengan melihat besarnya pengaruh yang dapat ditimbulkan oleh kombinasi ketiga parameter input

dari sistem ini pada kualitas citra hasil *filtering* yang diberikan, maka akan lebih baik jika digunakan algoritma atau metode tambahan untuk mengestimasi nilai dari ketiga parameter input tersebut.

## PUSTAKA

- Gonzalez, Rafael C., Richard E. Woods. 2002. *Digital Image Processing*. New Jersey : Prentice Hall.
- Leon, Steven J., 2001. *Aljabar Linear dan Aplikasinya*. Jakarta : Erlangga.
- Loncaric, Sven, Zeljko Devcic. 1999. *SVD Block Processing for Non-linear Image noise Filtering*.
- Munir, Rinaldi. 2004. *Pengolahan Citra Digital dengan Pendekatan Algoritmik*. Bandung : Informatika.
- Price, Andrew, Alan Ding, Dave Shimko. 2006. *Computer Project Report #: 2 Filtering Using Frequency Domain Analysis*. [www.cse.psu.edu](http://www.cse.psu.edu). Tanggal 23 Mei 2006.
- Smith, Steven W. 1997. *The Scientist and Engineer's Guide to DSP*. [www.dspguide.com](http://www.dspguide.com). Tanggal 18 Mei 2006.
- Swaminathan, Ashwin. 2004. *SVD for Image and Video Filtering*. CMSC / AMSC 660 Fall