

PEWARNAAN GRAPH PADA SIMPUL UNTUK MENDETEKSI KONFLIK PENJADWALAN KULIAH

Heni Jusuf

*Jurusan Teknik Informatika, Fakultas Teknologi Komunikasi dan Informatika, Universitas Nasional
Jl. Sawo Manila, Pejaten Pasar Minggu, Jakarta Selatan 12520
Telp. (021) 7806700, Faks. (021) 7891753
E-mail: henijusuf@yahoo.com*

ABSTRAK

Pewarnaan graph adalah pemberian warna, yang biasanya direpresentasikan sebagai bilangan terurut mulai dari 1 atau dapat juga direpresentasikan langsung dengan menggunakan warna merah, biru, hijau dan lainnya pada objek tertentu pada suatu graph. Objek tersebut dapat berupa simpul, sisi, wilayah ataupun kombinasi ketiganya. Pewarnaan simpul (vertex coloring), merupakan pemberian warna atau label pada setiap simpul sehingga tidak ada simpul bertetangga yang memiliki warna sama. Dimana jumlah warna yang digunakan untuk mewarnai simpul-simpul tersebut sesedikit mungkin.

Penulisan ini memfokuskan untuk membahas tentang penerapan pewarnaan titik untuk mendeteksi konflik penjadwalan kuliah.

Kata Kunci: Graph, vertex colouring, graph colouring

1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graph merupakan salah satu studi terhadap bidang matematika yang diperkenalkan pertama kali oleh seorang ahli matematika asal Swiss, Leonhard Euler 1736 (Deo,1974). Ide besarnya muncul sebagai upaya penyelesaian masalah jembatan Konigsberg. Dari permasalahan itu, akhirnya Euler mengembangkan beberapa konsep mengenai teori graph. Materi-materi yang terdapat dalam teori graph itu sendiri adalah ilmu yang mempelajari mengenai logika dari persoalan yang berhubungan dengan himpunan dan relasi binary (Hariyanto, 2003).

Graph merupakan salah satu model matematika yang kompleks dan cukup sulit, akan tetapi bisa juga menjadi solusi yang sangat bagus untuk masalah tertentu. Maka dari itu representasi dari suatu graph bergantung dari sifat data dan operasi yang dilakukan terhadap data dari sebuah kasus tertentu. Dalam kehidupan sehari-hari banyak sekali persoalan yang diimplementasikan dengan graph. Bidang-bidang yang menggunakan penerapan graph antara lain switchig network, coding theory, electric analysis, operation research, aljabar, computer science dan kimia (Deo, 1974).

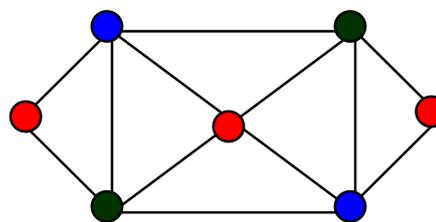
Keunikan teori graph adalah kesederhanaan pokok bahasan yang dipelajarinya, karena dapat disajikan dengan titik (simpul atau vertex) dan garis (sisi atau edge). Meskipun pokok bahasan dari topik-topik teori graph sangat sederhana tetapi isi di dalamnya belumlah tentu sesederhana itu. Kerumitan demi kerumitan masalah selalu pasti ada dan bahkan sampai saat ini masih ada masalah yang belum terpecahkan Teori graph telah banyak memberikan masukan kepada ilmu baru salah satunya adalah pewarnaan graph.

1.2 Tujuan Penulisan

Untuk memecahkan masalah penjadwalan kuliah, meminimalkan banyaknya warna yang digunakan untuk mewarnai setiap simpul, memaksimalkan fasilitas perkuliahan yang telah disediakan kampus dan mencegah terjadinya bentrokan waktu kuliah antara fakultas yang satu dengan yang lainnya.

2. LANDASAN TEORI

Definisi pewarnaan graph adalah pemberian warna, yang biasanya direpresentasikan sebagai bilangan terurut mulai dari 1 atau dapat juga direpresentasikan langsung dengan menggunakan warna merah, biru, hijau dan lain-lain pada objek tertentu pada suatu graph. Objek tersebut dapat berupa simpul, sisi, wilayah ataupun kombinasi ketiganya. Seperti pada gambar 1 di bawah ini, setiap simpul yang berdekatan atau bertetangga tidak mempunyai warna yang sama. (Kubale, 2004)



Gambar 1. Pewarnaan graph

- Pewarnaan graph dibagi menjadi 3 macam, yaitu:
- Pewarnaan simpul (vertex colouring), merupakan pemberian warna atau label pada setiap simpul sehingga tidak ada 2 simpul bertetangga yang memiliki warna sama.
 - Pewarnaan sisi (edge colouring), merupakan pemberian warna pada setiap sisi pada graph

sehingga sisi-sisi yang berhubungan tidak memiliki warna yang sama

- c. Pewarnaan wilayah (region colouring), merupakan pemberian warna pada setiap wilayah pada graph sehingga tidak ada wilayah yang bersebelahan yang memiliki warna yang sama.

2.1 Pewarnaan Graph

Dalam pewarnaan graph jumlah warna minimum yang dapat digunakan untuk mewarnai graph dinyatakan dengan bilangan kromatik, yang disimbolkan dengan $\chi(G)$. Graph yang memiliki bilangan kromatik 1 adalah graph kosong, yaitu graph yang hanya terdiri dari sebuah simpul. Sementara suatu graph dikatakan planar jika tidak ada dua buah titik yang saling berpotongan yaitu graph yang dapat digambarkan pada bidang datar tanpa ada sisi yang menyalang diatas sisi lainnya dimana jumlah warna yang digunakan hanya 4 warna (Kubale, 2004).

Sebuah kasus khusus yang terkenal dari "m colorability decision problem" yaitu masalah 4 warna dari suatu graph planar. Masalah ini disertai pernyataan sebagai berikut : berikan beberapa wilayah yang dapat menimbulkan daerah-daerah yang diwarnai sedemikian rupa sehingga daerah-daerah yang berdampingan tidak memiliki warna yang sama, akan tetapi hanya empat buah warna yang dipakai (Rosen, 1999).

Masalah pewarnaan seperti itu dapat berubah menjadi sangat berguna, karena wilayah tersebut dapat dengan mudah diubah bentuknya menjadi sebuah graph. Masing-masing daerah dari wilayah itu menjadi sebuah simpul dan jika dua buah daerah berdampingan maka ke dua buah simpulnya berhubungan, kemudian hubungkan dengan sebuah sisi.

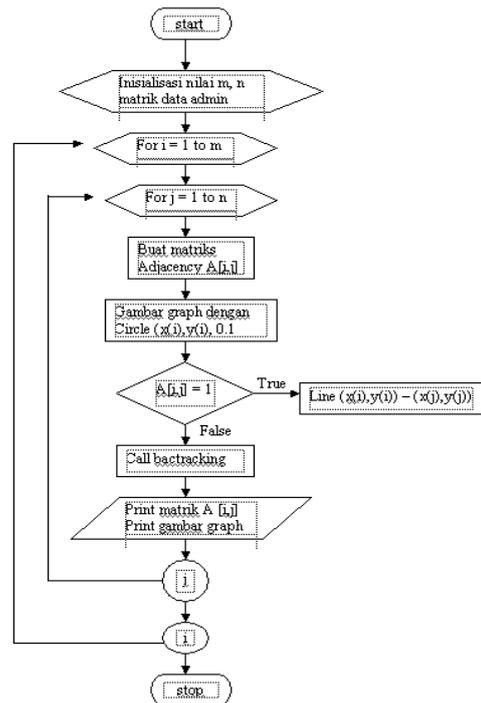
2.2 Algoritma Pewarnaan Graph

1. Mulai
2. Buat matrik data admin (matrik antara ruangan dan waktu)
3. Buat matrik adjacency (matrik keterhubungan), yang menyatakan keterhubungan antar ruangan. Matrik A [i,j] dinyatakan sebagai suatu matriks keterhubungan dari graph G, berukuran n x n (matrik bujur sangkar). Matrik A terdiri dari elemen 1 dan 0 dimana $A_{ij} = 1$, jika ada sisi yang menghubungkan simpul v_i dan v_j . $A_{ij} = 0$, jika tidak ada sisi yang hubungkan simpul v_i dan v_j
4. Gambar bentuk graph yang diinginkan dengan circle $(x(i), y(i))$, 0.1 sebagai simpul
5. Lakukan sebuah kondisi if $A [i,j] = 1$ then line $(x(i),y(i)) - (x(j),y(j))$. Yang menyatakan bahwa jika simpul tersebut saling berhubungan maka hubungkan dengan sebuah sisi
6. Warnai setiap simpul pada graph tersebut dengan menggunakan konsep backtracking.

Backtracking:

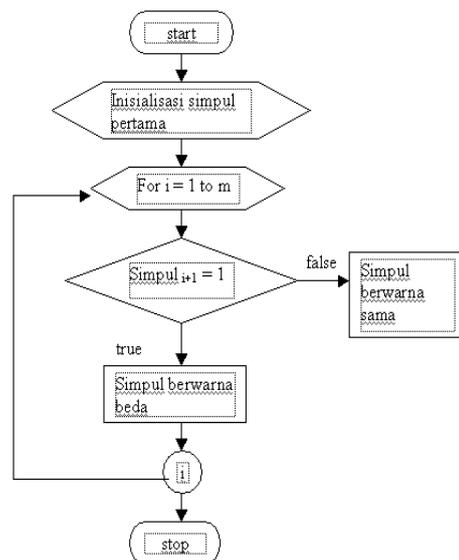
1. Mulai
2. Inialisasi simpul pertama
3. Cek kondisi Apakah simpul ke 1 berhubungan dengan simpul ke 2..ke n?
 1. Jika simpul tersebut berhubungan maka warna tidak boleh sama
 2. Ulangi ke langkah 3 sampai ke n
 3. Selesai
7. Cetak matriks A[i,j] dan cetak gambar graph yang sudah diwarnai
8. Selesai

2.3 Flowchart Pewarnaan Graph



Gambar 2. Flowchart pewarnaan graph

2.4 Flowchart Prosedur Backtracking



Gambar 3. Flowchart prosedur backtraking

3. PEMBAHASAN

Pewarnaan graph tidak hanya sekedar mewarnai simpul-simpul dengan warna yang berbeda saja, namun juga menginginkan jumlah macam warna yang digunakan sesedikit mungkin. Dalam hal ini jenis graph yang digunakan adalah graph sederhana. Persoalan yang mempunyai karakteristik seperti pewarnaan graph ialah menentukan jadwal kuliah. Dengan menggunakan prosedur backtraking seperti pada gambar 3. Data yang digunakan sebagai contoh sampel adalah data 22 ruangan perkuliahan pada blok IV Universitas Nasional. Dimana ruangan tersebut masing-masing akan digunakan secara optimal, agar setiap matakuliah dapat berlangsung tanpa mengalami bentrok. Pada Tabel 1 memperlihatkan bahwa terdapat 22 ruangan yang akan digunakan untuk setiap hari terhadap ship yang ada. Angka 1 pada elemen (i,j) berarti bahwa ruangan i sudah terisi, sedangkan 0 menyatakan ruangan i kosong. Prosedur perwarnaan graph dapat di lihat pada gambar 2.

Tabel 1. Ruang Kuliah dan Hari

		Ruangan																					
S e n	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	2	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	3	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	4	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
S e l	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	2	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
	3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	
	4	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
R a b	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	
	4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	
K a m	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	
	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	
	4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
J u m	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	
	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	
	4	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	
S a b	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	
	2	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	
	3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	
	4	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	

Keterangan : 1 = jam 08.00 - 09.40
2 = jam 09.40 - 11.20
3 = jam 11.20 - 13.00
4 = jam 13.30 - 15.10

Penyelesaian persoalan dalam menentukan jadwal kuliah sama dengan menentukan bilangan kromatis. Dari data tabel 1. ruangan dan waktu di atas dibuat matrik adjacency seperti terlihat pada gambar 4 yaitu matriks simetris yang menyatakan keterhubungan antara ruangan dengan waktu.

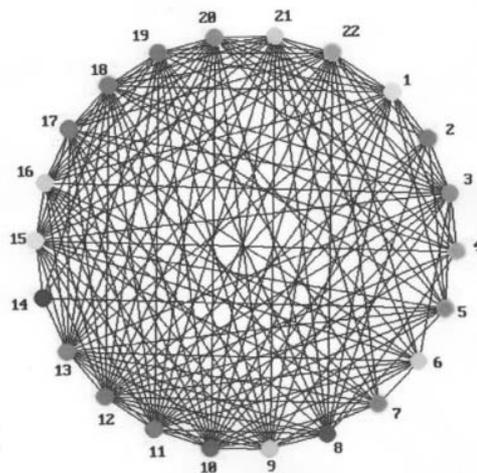
Dari matriks adjacency tersebut dapat digambarkan sebuah graph yang telah disesuaikan dengan keterhubungannya. Simpul-simpul pada graph menyatakan ruangan, sisi yang menghubungkan dua buah simpul menyatakan adanya matakuliah yang sedang berlangsung di ruangan tersebut. Dapat

dilihat pada gambar 4. Berdasarkan gambar 4 dapat dilihat bahwa apabila terdapat dua buah simpul dihubungkan oleh sisi, maka kedua ruangan tersebut tidak dapat digunakan untuk tempat perkuliahan pada waktu yang sama.

Gambar 4. Matrik adjacency

Warna-warna yang berbeda dapat diberikan pada simpul graph yang menunjukkan bahwa waktu perkuliahan berbeda. Penulis menginginkan jadwal kuliah sesedikit mungkin untuk memudahkan pelaksanaannya. Untuk itu penulis harus menentukan banyak bilangan kromatis yang digunakan untuk memiliki warna yang sama, sehingga masing-masing matakuliah tersebut dapat dilakukan tanpa mengalami bentrok.

Banyak warna yang dipakai untuk mewarnai setiap simpul pada suatu graph ditentukan dari matrik adjacency. Pada gambar 5 berikut adalah graph yang sudah diwarnai.



Gambar 5. Graph yang sudah di warnai

Dari penjelasan mengenai banyak warna yang digunakan dalam mewarnai simpul pada graph dapat dikatakan bahwa tidak semua simpul memiliki

warna yang sama. Hal itu juga dapat dijelaskan bahwa untuk simpul-simpul yang memiliki warna yang sama berarti ruangan-ruangan tersebut dapat digunakan untuk perkuliahan pada waktu yang bersamaan.

4. KESIMPULAN

Jadwal kuliah yang direpresentasikan dengan menggunakan graph seperti diatas dengan banyak warna yang digunakan untuk mewarnai simpul yang saling bertetangga. Hal itu juga menjelaskan bahwa jika data semakin banyak maka bilangan kromatis akan semakin besar.

Masalah penjadwalan yang digunakan berhubungan dengan ruangan dan waktu perkuliahan sebagai constrain yang ada. Ide dasarnya membentuk sebuah graph dari banyak constrain yang ada sedemikian hingga banyaknya warna yang digunakan untuk mewarnai setiap simpul yang berhubungan seminimum mungkin. Dengan adanya pewarnaan graph dapat mencegah terjadinya bentrok pemakain ruang kuliah. Pewarnaan graph tersebut di buat dengan meminimalkan warna yang akan digunakan.

PUSTAKA

- Deo, Narsingh. (1974). *Graph Theory With Application To Engineering And Computer Science*. Prentice hall.
- EdgeColoring. Diakses pada 3 Februari 2009 dari <http://mathworld.wolfram.com/EdgeColoring.html>
- Hariyanto, Bambang. (2003). *struktur data*. Bandung. Informatika.
- Kubale, Marek. (2004). *Graph coloring*, AMS Bookstore.
- Rosen, kenneth, H. (1999). *Discrete And Combinatorial Matematics*, 8, 495-557. CRC Press.
- VertexColoring. Diakses pada 3 Ferbuari 2009 dari <http://mathword.woldfram.com/VertexColoring.html>
- Wibisono, Samuel. (2008). *Matematika Diskrit*, 8, 125 -165 Graha ilmu. Yogyakarta.