Implementasi Algoritma *Allocation Table Method* untuk Optimalisasi Pendistribusian Produk *Multi Sources* dan *Multi Destinations*

(Studi Kasus : Souvenir Kerajinan Vinyl Yogyakarta)

Wahyu Sri Utami, Saucha Diwandari
Jurusan Teknik Informatika Fakultas Teknologi Informasi dan Elektro
Universitas Teknologi Yogyakarta
Yogyakarta
wahyu.utami@staff.uty.ac.id, saucha.diwandari@staff.uty.ac.id

***Abstrak*—Masalah pendistribusian produk yang optimal dari sumber ke tujuan menjadi sangat kompleks jika terdapat banyak sumber (*sources*) dan banyak tujuan (*destinations*). Tujuan penelitian ini adalah menentukan jumlah barang yang akan di distribusikan dengan memenuhi jumlah permintaan dan persediaan tercukupi dengan ongkos seminimal mungkin. Metode-metode transportasi sebelumnya telah mampu menghasilkan nilai fisibel awal yang optimal untuk masalah transportasi. Untuk menguji optimalitas metode, dalam penelitian ini akan dilakukan komparasi dengan sebuah metode transportasi baru yang disebut *Allocation Table Method* (ATM) dengan diberikan sebuah implementasi kasus di instansi. Hasil penelitian membuktikan bahwa dengan menggunakan *Allocation Table Method* (ATM), solusi yang dihasilkan optimal dan biaya transportasi lebih minimal.**

Kata kunci*—*masalah transportasi; solusi fisibel awal; Allocation Table Method (ATM)

I. PENDAHULUAN

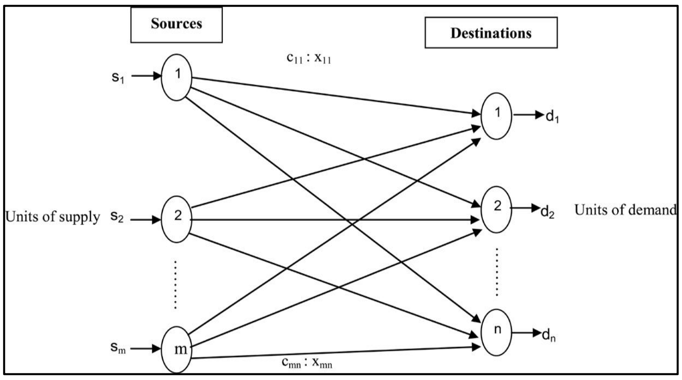
Masalah transportasi adalah salah satu problem yang paling banyak ditemukan dalam kehidupan nyata khususnya di indistrusi manufaktur. Semakin besar jaringan industri tersebut akan membuat jaringan distribusi semakin kompleks, sehingga dibutuhkan sebuah metode terbaik untuk mengoptimalkan permasalahan di jaringan tersebut. Masalah transportasi pertama kali diperkenalkan oleh Hischcock pada tahun 1941 yang mendefinisikan bahwa masalah transportasi adalah bagian dari permasalahan optimalisasi jaringan yaitu bagaimana mengoptimalkan jumlah produk yang didistribusikan dari *sources* ke *destinations* dengan kendala permintaan dan persediaan terpenuhi dan bertujuan meminimalkan ongkos transport [1]. Metode-metode pencarian solusi optimal telah banyak ditemukan antara lain oleh Dantzig di tahun 1951[2] dan kemudian oleh Charnes, Cooper dan Henderson di tahun 1953[3]. Secara umum, langkah-langkah dalam menentukan solusi optimal dalam masalah transportasi adalah sebagai berikut:

1) Merumuskan permasalahan transportasi ke dalam model matematika pemrograman linear
2) Menentukan solusi fisibel awal
3) Mengoptimasi solusi fisibel awal sehingga diperoleh solusi akhir yang optimal

Dua solusi dari dua metode (awal dan akhir) akan selalu ditemukan, seringnya ditemukan bahwa solusi akhir akan lebih baik dari solusi awal, akan tetapi sesungguhnya kedua metode tersebut merupakan solusi. Di penelitian ini, penulis fokus pada pencarian solusi fisibel awal di mana solusi ini akan menjadi kunci untuk mendapatkan solusi akhir dan sekaligus bisa menjadi solusi optimal yang diinginkan, sehingga dengan mendapatkan solusi awal menggunakan metode yang paling baik akan mengoptimalkan proses pencarian solusi akhir.

II. MASALAH TRANSPORTASI

Secara umum permasalahan transportasi dapat digambarkan sebagai Gambar 1.



Gambar 1. Jaringan Transportasi *m sources* dan *n sinks*

1) Jika terdapat m titik *source* di mana persediaan barang bersumber. Titik *source* i dapat menyuplai sebanyak S_i unit dalam satu tahun
2) Jika terdapat n titik *destination* di mana barang akan dikirimkan. Titik *destination* j akan menerima paling sedikit D_j unit dari pengiriman barang selama satu tahun.

ISSN : 1907- 5022

3) Tiap-tiap unit yang diproduksi di titik *source* i akan dikirimkan ke titik *destination* j sehingga menimbulkan adanya biaya pengiriman C_{ij}.

Sehingga dari 1,2,3 dapat dibentuk model Pemrograman Linear untuk masalah transportasi pada persamaan 1 sebagai berikut :

Objective :

$$Min\, Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij} \qquad (1)$$

Constraints : $\sum_{j=1}^{n} xij = Si$

$\sum_{i=1}^{m} xij = Dj$

Dengan X_{ij} adalah banyaknya unit barang yang dkirimkan dari titik *source* i ke titk *destination* j, Cij adalah biaya transportasi dari titik *source* i ke titk *destination* j, Si adalah *supplier* ke i dan Dj adalah *demand* ke j [4].

III. *ALLOCATION TABLE METHOD* (ATM)

Metode-metode pencarian solusi fisibel awal seperti *North West Corner Method* (NWCM), *Least Cost Method* (LCM), *Vogel's Approximaton Method* (VAM), telah mampu menghasilkan nilai fisibel awal yang baik untuk masalah transportasi, akan tetapi pencarian metode baru semakin berkembang dan menghasilkan solusi yang lebih optimal atau jumlah iterasi yang lebih sedikit sehingga penemuan solusi lebih cepat. Salah satu metode pencarian solusi awal telah diperkenalkan oleh Ahmed dkk. Pada tahun 2016 yang membuktikan bahwa solusi tersebut mendapatkan solusi yang paling optimal dibandingkan solusi-solusi pencarian lain yang sudah ada sebelumnya [5]. Metode tersebut diberi nama *Allocation Table Method.* Pada penelitian ini, Penulis telah melakukan tahapan penelitian dengan melakukan perbandingan dengan kasus yang sama menggunakan metode fisibel awal yang berbeda yaitu menggunakan metode fisibel awal yang telah bayak digunakan sebelumnya *Least Cost Method* dan dengan menggunakan Metode fisibel awal *Allocation Table Method* dengan langkah-angkahnya sebagai berikut.

Step-1 : Membuat Tabel Transportasi dari model pemrograman linear dengan permasalahan yang diberikan.

Step-2 : Memastikan antara permintaan dan persediaan telah seimbang. Jika belum maka gunakan tabel metode transportasi tak seimbang.

Step-3 : Pilih biaya dengan angka ganjil yang paling kecil (MOC) pada tabel. Jika tidak terdapat biaya ganjil pada tabel, maka bagi semua biaya dengan angka 2 sampai ditemukan nilai ganjil.

Step-4 : Seteleh step 3 selesai, maka nilai-nilai pada tabel ini disebut nilai tabel alokasi (TA). Kemudian kurangi setiap biaya dengan nilai ganjil pada tabel dengan nilai MOC. Kemudian nilai-nilai pada tabel tersebut dinamai nilai alokasi sel (ACV).

Step-5 : Mulai mengisi sel, sel pertama yang di isi adalah sel yang menjadi ACV pada nilai ganjil paling kecil. Pada sel tersebut, alokasikan barang yang paling minimal dari kapasitas/permintaan. Jika baris kapasitas/ kolom permintaan telah terpenuhi maka tutup baris/kolom tersebut.

Step-6 : Selanjutnya, identifikasi ACV yang mempunyai nilai terkecil selanjutnya, kemudian alokasikan pada sel terpilih tersebut dengan minimal permintaan/persediaan. Jika terdapat beberapa nilai minimal yang sama, maka pilih sel dengan alokasi minimal yang bisa dipilih dari permintaan/persediaan. Lebih lanjut, jika kasusnya mempunyai alokasi sama pilih sel dengan biaya termurah yang ada pada tabel awal di Step-1. Lebih lanjut, jika sel biaya dan alokasi sama, pilih sel terdekat dengan minimal (permintaan/persediaan) kemudian alokasikan.

Step-7 : Ulangi Step-6 sampai semua baris dan kolom terpenuhi

Step-8 : Pindahkan solusi pada tiap-tiap sel hasil alokasi tabel di Step-7 ke tabel utama.

Step-9 : Hitung total biaya transportasi dengan cara menjumlahkan hasil perkalian jumlah alokasi di tiap sel dengan biaya transportnya.

IV. STUDI KASUS

Souvenir Kerajinan Vinyl Yogyakarta merupakan usaha yang bergerak dibidang kerajinan tangan yang berpusat di Bantul, Yogyakarta. Beberapa produk yang dijual pada Souvenir Kerajinan Vinyl Yogyakarta diantaranya adalah *box organizer*, trayset dan aneka toples makanan. Daerah pemasarannya telah mencakup seluruh pulau jawa, dan beberapa kota di sumatera, Kalimantan dan, Bali. Dalam penelitian ini, produk yang digunakan adalah tray toples plastik dan *box* jam serta perhiasan. Terdapat 3 tempat produksi produk dari Souvenir Kerajinan Vinly Yogyakarta. Tabel 1 dan Tabel 2 menyajikan detail informasi dari Souvenir Kerajinan Vinyl Yogyakarta

Tabel 1. Tabel biaya pengiriman barang untuk produk tray toples praktis

Pabrik	**Tujuan**				**Kapasitas Produk (per bulan)**
	SMG	**BDG**	**JKT**	**SBY**	
A (bantul)	20000	25000	35000	25000	80
B (Sleman)	23500	27000	33000	28000	90
C(Gunung Kidul)	25000	28500	35500	29000	85
Permintaan	50	70	80	55	255

Tabel 2. Tabel biaya pengiriman barang untuk produk box jam serta perhiasan

Pabrik	**Tujuan**				**Kapasitas Produk (per bulan)**
	SMG	**BDG**	**JKT**	**SBY**	
A (Bantul)	10000	14000	15000	12000	100
B (Sleman)	12500	15500	16500	13500	120
C(Gunung Kidul)	14000	18000	18000	14000	90
Permintaan	90	110	50	60	310

ISSN : 1907- 5022

A. Penyelesaian untuk Kasus Tray Toples

1. Model Pemrograman Linear

Dari kasus yang pertama diperoleh model pemrograman linear untuk masalah transportasi adalah sebagai berikut

Objective :

$$\begin{aligned} Min\,Z = {} & 20000x11 + 25000x12 + 35000x13 + 25000x14 + \\ & 23500x21 + 27000x22 + 33000x23 + 28000x24 + \\ & 25000x31 + 28500\,x32 + 35500xx33 + 29000x34 \end{aligned}$$

Constraints:

$x11$ +x12+x13+x14 = 80
x21+x22+x23+x24 = 90
x31+x32+x33+x34 = 85
x11+x21+x31 = 50
x12+x22+x32 = 70
x13+x23+x33 = 80
x14+x24+x34 = 55

Di mana xij, i = 1,2,3, j= 1,2,3,4
Xij adalah jumlah produk yang di distribusikan dari pabrik i ke tujuan j.

2. Tabel Transportasi

Guna menyederhanakan perhitungan, nilai pada sel diubah menjadi lebih sederhana.

Tabel 3. Transportasi awal

Pabrik	Tujuan								Kapasita
	I		II		III		IV		
A		200		250		350		250	80
B		**235**		270		330		280	90
C		250		285		355		290	85
Permintaan	50		70		80		55		255

Tabel 3 menunjukkan bahwa sel yang berharga 235 adalah sel yang mempunyai nilai ganjil paling kecil.

3. *Implementasi Allocation Table Method*

Pencarian solusi awal dimulai setelah tabel tranportasi dibuat. Dalam penelitian ini algoritma yang digunakan mengacu pada Ahmed dkk. [1]

Tabel 4. Tabel iterasi awal ATM

Pabrik	Tujuan								Kapasita
	I		II		III		IV		
A	X	200		250		350		250	80
B	50	**235**		270		330		280	90
C	X	250		50		120		290	85
Permintaan	50		70		80		55		255

Tabel 5. Tabel Iterasi menggunakan ATM

Pabrik	Tujuan								Kapasita
	I		II		III		IV		
A	X	200	X	250	25	350	55	250	80
B	50	**235**	X	270	40	330	X	280	90
C	X	250	70	50	15	120	X	290	85
Permintaan	50		70		80		55		255

- Setelah diperoleh Tabel 3, dilakukan pengurangan setiap sel biaya dengan nilai ganjil terkecil yang terpilih yaitu 235.
- Selanjutnya mulai mengisi sel dengan alokasi minimum permintaan/kapasitas pada biaya ganjil minimum tersebut. Pada Tabel 4, pertama kali diisi yaitu di sel 235 dengan alokasi minimal 50.
- Selanjutnya, tutup kolom atau baris yang telah terpenuhi permintaan/kapasitasnya.
- Pengisian sel selanjutnya, pilih sel yang mempunyai biaya paling minimum kemudian alokasikan seminimal mungkin dan tutup kembali baris/kolom yang telah terpenuhi.
- Ulangi langkah di atas sampai semua baris dan kolom pada tabel alokasi terpenuhi seperti pada Tabel 5.
- Setelah semua baris dan kolom sudah terpenuhi pada Tabel 5, maka pindahkan tiap-tiap nilai pada Tabel 5 ke Tabel 3 yaitu Tabel Transportasi Awal seperti dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Tabel solusi fisibel awal menggunakan ATM

Pabrik	Tujuan								Kapasita
	I		II		III		IV		
A	X	200	X	250	25	350	55	250	80
B	X	**235**	X	270	40	330	X	280	90
C	50	250	70	285	15	355	X	290	85
Permintaan	50		70		80		55		255

Setelah diperoleh tabel fisibel awal, total biaya transport dapat dihitung sebagai berikut:

Total cost = (25x35000) + (55x25000) + (40x33000) + (50x25000) + (70x28500) + (15x35500) = Rp. 5.275.000,-

B. Penyelesaian untuk Kasus Box Jam dan Perhiasan

1. Model Pemrograman Linear

Dari kasus yang kedua diperoleh model pemrograman linear untuk masalah transportasi adalah sebagai berikut

Objective :

$$\begin{aligned} Min\,Z = {} & 10000x11 + 14000x12 + 15000x13 + 12000x14 + \\ & 12500x21 + 15500x22 + 16500x23 + 13500x24 + \\ & 14000x31 + 18000\,x32 + 18000xx33 + 14000x34 \end{aligned}$$

Constraints:
$x11 + x12 + x13 + x14 = 100$
$x21+x22+x23+x24 = 120$
$x31+x32+x33+x34 = 90$
$x11+x21+x31 = 90$
$x12+x22+x32 = 110$
$x13+x23+x33 = 50$
$x14+x24+x34 = 60$

Di mana xij, i = 1,2,3, j= 1,2,3,4
Xij adalah jumlah produk tyang di distribusikan dari pabrik i ke tujuan j.

2. Tabel Transportasi

Guna menyederhanakan perhitungan, nilai pada sel diubah menjadi lebih sederhana.

Tabel 7. Transportasi awal

Pabrik	Tujuan								Kapasitas
	I		II		III		IV		
A		100		140		150		120	100
B		**125**		155		165		135	120
C		140		180		180		140	90
Permintaan	90		110		50		60		310

Pada Tabel 7 menunjukkan bahwa sel yang berharga 125 adalah sel yang mempunyai nilai ganjil paling kecil

3. *Implementasi Allocation Table Method*

Penyelesaian untuk kasus box jam dan perhiasan dikerjakan dengan langkah yang sama, menghasilkan tabel solusi fisibel awal sebagai berikut

Tabel 8. Tabel iterasi menggunakan ATM

Pabrik	Tujuan								Kapasitas
	I		II		III		IV		
A	X	100	70	140	X	150	30	120	100
B	90	**125**	X	30	X	40	30	10	120
C	X	140	40	180	50	180	X	140	90
Permintaan	90		110		50		60		310

- Setelah diperoleh Tabel 7. Kemudian lakukan pengurangan setiap sel biaya dengan nilai ganjil terkecil yang terpilih yaitu 125.
- Selanjutnya mulai mengisi sel dengan alokasi minimum permintaan/kapasitas pada biaya ganjil minimum tersebut. Pada Tabel 8 pertama kali diisi yaitu di sel 125 dengan alokasi minimal 90.
- Selanjutnya, tutup kolom atau baris yang telah terpenuhi permintaan/kapasitasnya.
- Pengisian sel selanjutnya, pilih sel yang mempunyai biaya paling minimum kemudian alokasikan seminimal mungkin dan tutup kembali baris/kolom yang telah terpenuhi.
- Pada iterasi terakhir muncul biaya sel yang kembar yaitu pada sel yang sama bernilai 180 CII dan CIII, maka pilih sel yang mempunyai alokasi paling kecil yaitu 40 di sel CII.
- Ulangi langkah di atas sampai semua baris dan kolom pada tabel alokasi terpenuhi seperti pada Tabel 8.
- Setelah Semua baris dan kolom sudah terpenuhi pada Tabel 8, maka pindahkan tiap-tiap nilai pada tabel 8 ke tabel 7 yaitu Tabel Transportasi Awal seperti dapat dilihat pada Tabel 9.

Tabel 9. Tabel solusi fisibel awal menggunakan ATM

Pabrik	Tujuan								Kapasitas
	I		II		III		IV		
A	X	100	70	140	X	150	30	120	100
B	90	**125**	X	155	X	165	30	135	120
C	X	140	40	180	50	180	X	140	90
Permintaan	90		110		50		60		310

Setelah diperoleh tabel fisibel awal, total biaya transport dapat dihitung sebagai berikut:

Total cost = (70x14000) + (30x12000) + (90x12500) + (30x13500) + (40x18000) + (50x18000) = Rp. 4.490.000

V. HASIL ANALISIS

Setelah melakukan perhitungan menggunakan *Allocation Table Method* (ATM) untuk kedua kasus tersebut, total biaya yang diperoleh dibandingkan dengan metode-metode transportasi lain seperti yang diberikan pada Tabel 10.

Tabel 10. Tabel perbandingan metode

Metode	Total Biaya Transportasi	
	Kasus I	Kasus II
Least Cost Method	13.885.000	4.490.000
Allocation Table Method	5.275.000	4.490.000

Pada Tabel 10 menunjukkan bahwa menggunakan Algoritma *Allocation Table Method* biaya transportasi yang diperoleh lebih minimal pada kasus 1 dan sama pada kasus 2 dibandingkan dengan menggunakan metode *Least Cost.*

VI. KESIMPULAN

Hasil Perhitungan menentukan total biaya transportasi menggunakan *Allocation Table Method* (ATM) pada kasus Tray Toples dapat memberikan solusi yang optimal yaitu Rp. 5.275.000,- sedangkan untuk kasus pengiriman Box Jam dan perhiasan sebesar 4.490.000,-. Dengan Menerapkan biaya ini dapat memberikan sebuah solusi untuk instansi dalam menekan biaya transportasi yang diinginkan akan tetapi permintaan dan persediaan produk selalu terpenuhi. Dalam kasus ini, pemilihan metode *Allocation Table Method* (ATM) lebih baik daripada menggunakan *Least Cost Method* karena menghasilkan biaya yang lebih murah untuk kasus pertama dans sebanding untuk kasus ke kedua.

REFERENSI

[1] F. L. Hitchcock, "The Distribution of a Product from Several Sources to Numerous Localities," *J. Math. Phys.*, vol. 20, no. 1–4, pp. 224–230, Apr. 1941.

[2] G. B. Dantzig, "Application of the simplex method to a transportation problem, in Activity Analysis of Production and Allocation," *KoopmansTC Ed John Wiley Sons N. Y.*, pp. 359–373, 1951.

[3] "An introduction to linear programming. By A. Charnes, W. W. Cooper, and A. Henderson, John Wiley & Sons, Inc., 1953, 74 pp," *Nav. Res. Logist. Q.*, vol. 1, no. 2, pp. 169–169, Jun. 1954.

[4] J. Yurkiewicz, "Operations research: Applications and algorithms, by Wayne L. Winston, duxbury Press, Boston, 1987, 1025 pages," *Networks*, vol. 19, no. 5, pp. 616–618, Aug. 1989

[5] A, Mollah Mesbahuddin et. al. " A New Approach to Solve Transportation Problems". Journal of Optimization, Vol 5, no.22-30, March 2016

ISSN : 1907- 5022