

PENERAPAN METODE *EXPONENTIALLY WEIGHTED QUANTILE REGRESSION* UNTUK PERAMALAN PENJUALAN MOBIL

Wiwik Anggraeni¹, Indah Sri Wahyuni²

Jurusan Sistem Informasi, Fakultas Teknologi Informasi, ITS

Jl. Raya ITS Keputih Sukolilo Surabaya

Telp. (031) 5999944

E-mail: ¹wiwik@its-sby.edu, ²indah@is.its.ac.id

ABSTRAK

Kontrol terhadap persediaan sangat dibutuhkan untuk semua jenis produk termasuk produk otomotif seperti mobil, hal ini dilakukan agar dapat memastikan produk yang tersedia dipasar berada dalam level safety stock. Cara yang dapat digunakan untuk memperkirakan jumlah unit yang tersedia di pasar adalah dengan melakukan peramalan. Pada Penelitian ini akan dilakukan peramalan dengan menggunakan metode *exponentially weighted quantile regression (EWQR)* yang dikemukakan oleh James W. Taylor pada tahun 2006. Metode ini melakukan pendekatan dengan menggunakan *exponential smoothing* dari *cumulative distribution function (cdf)*. Peramalan dilakukan dengan melihat data penjualan barang pada periode sebelumnya. Hasil dari uji coba menunjukkan bahwa peramalan dengan menggunakan metode *EWQR* memiliki tingkat keakuratan yang tinggi yaitu dengan nilai *mean absolute percentage error (MAPE)* sebesar 0.0055%, padahal menurut Oktafri (2001) hasil peramalan dengan *MAPE* kurang dari 25% dapat dikatakan baik. Hasil dari metode *EWQR* ini juga lebih baik jika dibandingkan dengan metode *Holt's* yang memiliki nilai *MAPE* 13.3615% dan *simple exponential smoothing* yang memiliki nilai 1.2915%

Kata Kunci: *exponential smoothing; regresi quantile; univariate time series; cumulative distribution function(cdf)*

1. PENDAHULUAN

Kontrol terhadap persediaan merupakan satu hal yang harus diperhatikan oleh penyedia produk terhadap semua jenis produk yang ada, termasuk untuk produk otomotif seperti mobil. Mengingat permintaan mobil yang tinggi di USA maka pihak produsen harus dapat memperkirakan jumlah mobil produksi domestik yang harus tersedia di pasar USA sehingga jumlah mobil yang tersedia dipasaran akan berada dalam level *safety stock*.

Untuk mengatur barang yang memiliki karakteristik *time series* berada pada level *safety stock*, maka dibutuhkan *interval forecasting* yang menggunakan poin peramalan dengan memperkirakan distribusi kesalahan peramalan. Penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Hydman adalah dengan menggunakan *error variance formulae*. Akan tetapi teori ini tidak sesuai untuk metode *exponential smoothing* non-standart (Taylor et al,2006).

Data yang digunakan dalam penelitian ini juga memiliki karakteristik univariate. Penelitian sebelumnya tentang penggunaan karakteristik data ini adalah dengan menggunakan metode VaR oleh Boudoukh dan metode CaViaR oleh Engle dan Manganelli. Akan tetapi kedua metode ini tidak sesuai untuk data penjualan. Karena kedua metode

ini sebelumnya digunakan pada data financial yang memiliki rata-rata konstan.

Pada studi kasus ini digunakan metode *exponentially weighted quantile regression (EWQR)* untuk membuat *interval forecasting* dari *quantile prediction*. Pendekatan mengarah pada *exponential smoothing of the cumulative distribution function* dan dapat dilihat sebagai perluasan dari *exponential smoothing* untuk *quantile forecasting*. Penggunaan metode *EWQR* ini menyediakan wawasan baru kedalam metode karena sebelumnya penggunaan *EWQR* digunakan untuk aplikasi *value at risk estimation in finance* (Taylor,2006) yang menggunakan data keuntungan harian untuk 10 saham yang memiliki pasar terbesar pada akhir April 2005.

Penggunaan metode *EWQR* pada peramalan diharapkan mampu memberikan hasil peramalan yang memiliki tingkat keakuratan lebih tinggi dari pada metode tradisional yang ditunjukkan dengan nilai *MAE* dan *MAPE* lebih rendah dari pada metode tradisional.

2. METODE *EXPONENTIALLY WEIGHTED QUANTILE REGRESSION*.

Metode *exponentially weighted quantile regression (EWQR)* merupakan metode yang

dikemukakan oleh James W. Taylor (2006). Sebelum digunakan untuk peramalan, metode ini digunakan oleh James W. Taylor untuk melakukan estimasi terhadap *value at Risk in finance*. Metode ini digunakan untuk meramalkan persediaan barang sehingga berada dalam level *safety stock*. Metode EWQR yang dikemukakan oleh Taylor digunakan sebagai pendekatan dari peramalan quantile.

Koenker dan Bassett pada tahun 1978 mengemukakan teori *quantile regression* untuk melakukan estimasi variabel tidak bebas y . Berikut merupakan model linier quantile pada teori *quantile regression* yang juga digunakan dalam metode EWQR $Q_\tau(\theta) = x$ Untuk nilai spesifik dari *weighting parameter*, λ , EWQR memiliki rumus minimasi sebagai berikut

$$\min_{\theta} \sum_{t|y_t \geq Q_\tau(\theta)} \lambda^{T-t} \theta |y_t - Q_\tau(\theta)| + \sum_{t|y_t < Q_\tau(\theta)} \lambda^{T-t} (1 - \theta) |y_t - Q_\tau(\theta)| \quad (1)$$

dimana

T = sample size

λ = weighting parameter dengan nilai $\lambda \in [0,1]$

Persamaan minimasi tersebut diatas dapat diformulasikan sebagai program linier. Taylor menjelaskan bahwa hasil dari quantile estimator pada operasi diatas patuh pada formula dibawah ini yang melibatkan *exponentially weighted summation* dari sebuah fungsi indikator.

$$\frac{\sum_{t=1}^T \lambda^{T-t} I(y_t < \widehat{Q}_\tau(\theta))}{\sum_{t=1}^T \lambda^{T-t}} = \theta \quad (2)$$

Pada formulasi diatas dapat dijelaskan bahwa indikator I memiliki nilai 1 jika y_t kurang dari quantile estimator \widehat{Q}_τ dipenuhi dan memiliki nilai 0 jika sebaliknya. Sebagai catatan bahwa θ merupakan realisasi dari F_t yang merupakan cdf dari y_t , maka persamaan diatas dapat ditulis kembali menjadi berikut

$$\widehat{F}_\tau(\widehat{Q}_\tau(\theta)) = \frac{\sum_{t=1}^T \lambda^{T-t} I(y_t < \widehat{Q}_\tau(\theta))}{\sum_{t=1}^T \lambda^{T-t}} \quad (3)$$

Pada EWQR memungkinkan tidak adanya regressor atau yang biasa disebut data univariate, sehingga terdapat variable dummy yang merupakan pengganti regressor. Jika data yang digunakan adalah univariate maka persamaan (3) dapat ditulis ulang menjadi berikut

$$\widehat{F}_\tau(y) = \frac{\sum_{t=1}^T \lambda^{T-t} I(y_t < y)}{\sum_{t=1}^T \lambda^{T-t}} \quad (4)$$

Persamaan diatas digunakan untuk data pertama dalam peramalan, sedangkan untuk data selanjutnya digunakan persamaan berikut

$$\widehat{F}_\tau(y) = (1 - \lambda)I(y_t < y) + \lambda \widehat{F}_{\tau-1}(y) \quad (5)$$

Nilai quantile estimator dapat diperoleh dari invers cdf estimator. Untuk melakukan peramalan pada metode EWQR maka harus ditentukan poin peramalan yang digunakan. Poin peramalan yang dapat digunakan adalah Trimean, Gastwirth dan Five-quantile dengan persamaan sebagai berikut

Trimean

$$\hat{y} = 0.25 \widehat{Q}_\tau(0.25) + 0.5 \widehat{Q}_\tau(0.5) + 0.25 \widehat{Q}_\tau(0.75) \quad (6)$$

Gastwirth

$$\hat{y} = 0.3 \widehat{Q}_\tau(1/3) + 0.4 \widehat{Q}_\tau(0.5) + 0.3 \widehat{Q}_\tau(2/3) \quad (7)$$

Five-quantile

$$\hat{y} = 0.05 \widehat{Q}_\tau(0.1) + 0.25 \widehat{Q}_\tau(0.25) + 0.4 \widehat{Q}_\tau(0.5) + 0.25 \widehat{Q}_\tau(0.75) + 0.05 \widehat{Q}_\tau(0.9) \quad (8)$$

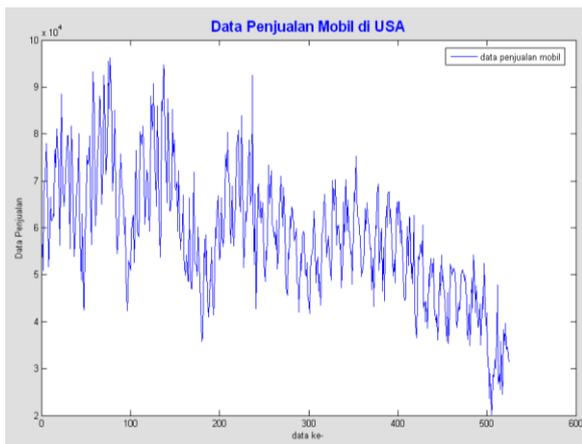
3. METODE PENELITIAN

Pada bagian ini akan dijelaskan metodologi penyelesaian penelitian. Gambar berikut merupakan langkah yang dilakukan untuk melakukan peramalan dengan metode EWQR.



Gambar 1. Metode Penelitian

Sedangkan untuk data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data bulanan penjualan mobil domestik di USA dari periode Januari 1967 sampai September 2010 yang dapat ditunjukkan pada grafik berikut



Gambar 2. Plot data penjualan mobil

Dari gambar 1 penjelasan rinci mengenai langkah – langkah metode EWQR dapat ditulis sebagai berikut:

1. Menentukan nilai weighted parameter
Untuk mencari nilai dari weighted parameter digunakan metode rolling window. Dengan menggunakan metode ini dapat dievaluasi kestabilan dari koefisien yang digunakan.
2. Menentukan poin peramalan yang akan digunakan
Poin peramalan yang dapat digunakan adalah poin peramalan trimean, gastwirth dan five-quantile. Penentuan poin peramalan yang digunakan berpengaruh terhadap quantile berapa saja yang akan digunakan dalam metode EWQR.
3. Menentukan variable dummy setiap quantile
Untuk data yang memiliki karakteristik univariate, penggunaan regressor dapat digantikan dengan variable dummy. Variable dummy dicari dengan menggunakan intercept pada setiap quantile.
4. Menentukan quantile estimator untuk setiap quantile
Nilai dari quantile estimator dapat dihitung dengan menggunakan rumus minimasi ataupun rumus cdf estimator. Untuk data univariate lebih cepat dihitung dengan menggunakan cdf estimator. Karena nilai dari quantile estimator adalah invers dari cdf estimator. Untuk mencari cdf estimator dapat digunakan persamaan (4) dan (5).
5. Menghitung nilai QRsum
Hasil perhitungan quantile estimator dimasukkan kedalam persamaan QRsum untuk mencari nilai yang digunakan dalam peramalan nanti. Persamaan QRsum dapat dilihat sebagai berikut

$$QRsum = \sum_{t|y_t \leq Q_c(\theta)} \theta |y_t - Q_c(\theta)| + \sum_{t|y_t > Q_c(\theta)} (1 - \theta) |y_t - Q_c(\theta)| \quad (9)$$

6. Menggabungkan quantile estimator pada persamaan poin peramalan
Setelah didapatkan nilai QRsum kemudian dimasukkan pada persamaan poin peramalan yang telah ditentukan sebelumnya. Hasil dari perhitungan poin peramalan ini adalah nilai peramalan yang dicari.
7. Mencari nilai optimis dan pesimis
Untuk mencari nilai optimis, pesimis dan most likely digunakan prediction interval. Dengan menggunakan prediction interval dapat diketahui batas atas sebagai nilai optimis dan batas bawah sebagai nilai pesimis pada setiap titik peramalan. Persamaan untuk mencari nilai pesimis dan optimis adalah sebagai berikut

$$SEE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - 2}} \quad (10)$$

$$P.I = \hat{y}_t \pm t_{\alpha/2} SEE \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(t - \bar{t})^2}{\sum t^2 - \frac{(\sum t)^2}{n}}} \quad (11)$$

sedangkan untuk most likely adalah dengan menggunakan nilai tengah dari nilai pesimis dan optimis.

8. Mencari nilai kesalahan peramalan
Nilai kesalahan peramalan digunakan untuk menentukan kinerja dari metode peramalan yang dilakukan. Untuk mengetahui kinerja metode dibandingkan dengan metode lain maka dapat dibandingkan nilai kesalahannya. Jika semakin kecil nilai kesalahan maka kinerja metode tersebut lebih baik dari pada metode lain. Untuk nilai kesalahan MAPE jika nilainya kurang dari 25% maka hasil peramalan tersebut dapat diterima dengan memuaskan. Untuk menghitung nilai kesalahan maka digunakan persamaan sebagai berikut

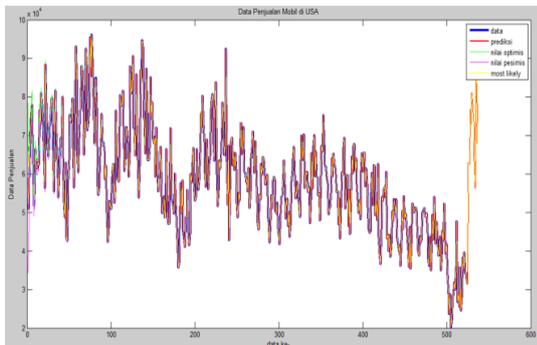
$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{y}_i - y_i| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_i| \quad (12)$$

$$MAPE = 100 \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| \right) \quad (13)$$

4. UJI COBA DAN ANALISA

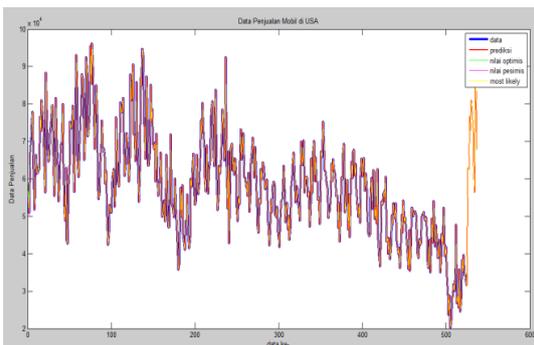
Pada implementasi dilakukan uji coba dengan menggunakan ketiga poin peramalan, mencari nilai optimis, most likely dan pesimis untuk selang kepercayaan yang berbeda, dan uji coba yang ketiga adalah penggunaan metode EWQR untuk karakteristik data yang berbeda. Data yang digunakan adalah data penjualan mobil di USA. Untuk mengetahui kinerja dari metode EWQR

terhadap metode tradisional maka dilakukan perbandingan dengan metode simple exponential smoothing dan holt's. Di sini EWQR dilakukan dengan 3 teknik yang berbeda, yaitu trimean, five quantile, dan gastwirth. Perbandingan data histori dengan data hasil peramalan dengan menggunakan trimean dapat dilihat pada Gambar 3 berikut.



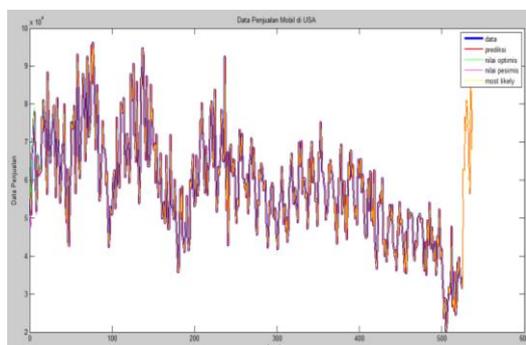
Gambar 3. Hasil peramalan poin peramalan Trimean

Sedangkan perbandingan data histori dengan hasil peramalan dengan menggunakan Gastwirth dapat dilihat pada Gambar 4 berikut.



Gambar 4. Hasil peramalan poin peramalan gastwirth

Untuk perbandingan data histori dengan hasil peramalan dengan menggunakan five quantile dapat dilihat pada gambar 5 di bawah ini



Gambar 5. Hasil peramalan poin peramalan five-quantile

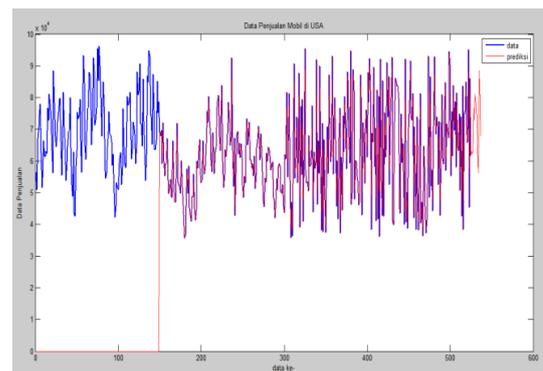
Perbandingan kesalahan antara ketiga teknik yang ada dalam EWQR dapat dilihat pada Tabel 1 berikut

Tabel 1. Perbandingan nilai kesalahan metode EWQR

Teknik Peramalan	MAE	MAPE
Trimean	3.7949	0.01%
Gastwirth	7.6342	0.01%
Five Quantile	2.28	0.00%

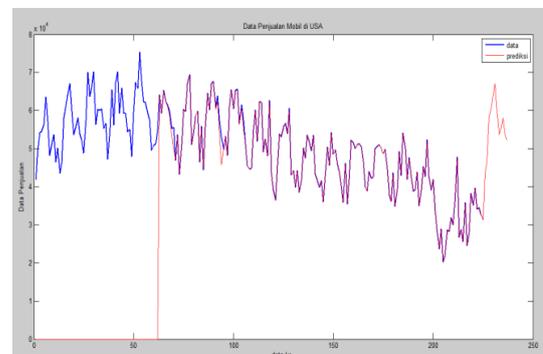
Dari tabel 1 kelihatan bahwa semua teknik menghasilkan peramalan yang bagus, hal ini ditunjukkan oleh MAPE masing-masing yang lebih kecil dari 25%.

Kemudian, untuk mengetahui kinerja EWQR, kami juga mencobakan metode tersebut terhadap pola data yang berbeda seperti pola fluktuatif dan trend. Hasil peramalan untuk pola data fluktuatif dapat dilihat pada Gambar 6 berikut.



Gambar 6. Hasil peramalan untuk data fluktuatif

Sedangkan hasil peramalan untuk pola data tren dapat dilihat pada gambar 7 di bawah ini.



Gambar 7. Hasil peramalan untuk data tren

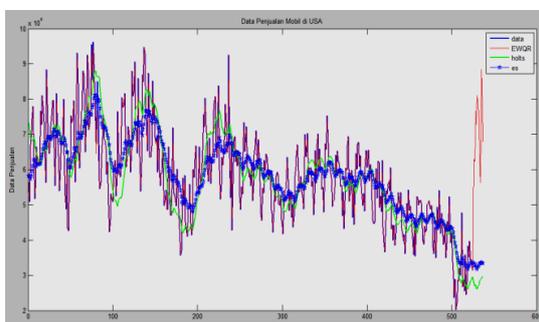
Perbandingan kesalahan metode EWQR dalam meramalkan pola data yang berbeda dapat dilihat pada table 2 berikut.

Tabel 2. Nilai kesalahan untuk pola data fluktuatif dan trend

Pola Data	Fluktuatif	Trend
MAPE	1.34%	1.42%

Tabel 2 menunjukkan bahwa EWQR dapat menghasilkan ramalan yang bagus untuk semua jenis pola data, hal ini terbukti dari MAPE yang jauh lebih kecil dari 25%.

Selain itu, metode EWQR juga dibandingkan dengan metode SES dan Holt's. Perbandingan hasil peramalan antara metode EWQR dengan SAS serta Holt's dapat dilihat pada gambar 8 berikut.



Gambar 8. Perbandingan hasil peramalan EWQR dengan metode SES dan Holt's

Perbandingan tingkat kesalahan antara ketiga metode tersebut dapat dilihat pada table 3 berikut.

Tabel 3. Nilai kesalahan untuk EWQR, SES, dan Holt's

Teknik Peramalan	MAE	MAPE
EWQR	2.28	0.00%
SES	711	1.29%
HOLT'S	7530.865	13.36%

Dari table 3 terbukti bahwa metode EWQR memang lebih bagus disbanding metode SES dan Holt's.

5. KESIMPULAN

Kesimpulan yang dapat diambil dari pengerjaan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Metode peramalan *exponentially weighted quantile regression (EWQR)* mampu mengikuti pola fluktuasi data masukan sehingga hasil peramalan dengan metode ini dapat sesuai dengan data historis.
2. Metode EWQR menghasilkan output peramalan yang memiliki tingkat kesalahan

yang lebih rendah dibandingkan dengan metode peramalan tradisional

3. Output dari peramalan metode EWQR ditentukan oleh poin peramalan yang digunakan.
4. Metode EWQR dengan poin peramalan Five-quantile memiliki tingkat keakuratan lebih tinggi dari poin peramalan yang lain karena pada poin peramalan ini selain melakukan evaluasi terhadap tiga nilai tengah (trimean) juga dilakukan evaluasi terhadap quantile 0.1 dan 0.9.
5. Metode EWQR dapat digunakan untuk melakukan peramalan terhadap semua karakteristik data, hal ini terbukti untuk data dengan pola trend maupun fluktuatif hasil peramalannya masih dapat dikategorikan bagus yang ditunjukkan dengan nilai MAPE kurang dari 25%.
6. Dengan menyertakan nilai optimis, pesimis dan most likely dari peramalan dapat ditentukan berapa jumlah mobil yang harus tersedia dipasar. Jika kondisi ekonomi meningkat maka jumlah penyediaan mobil dapat dilakukan sesuai dengan jumlah dalam kondisi optimis, akan tetapi jika kondisi ekonomi memburuk maka yang harus dilakukan adalah hal sebaliknya dan jika kondisi ekonomi stabil seperti periode sebelumnya maka disediakan untuk kondisi most likely.

DAFTAR PUSTAKA

- Brockwell, P.J., dan Davis, R.A. (2002). *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer : New York.
- Hye,Qazi Muhammad Adnan & Masood Mashkooor.(2010). *Import Demand Function for Bangladesh: A Rolling Window Analysis*. From <http://www.academicjournals.org/ajbm>
- Koenker, Roger & Kevin F. Hallock.(2000). *Quantile Regression an Introduction*. Urbana-Champaign: University of Illinois.
- Makridakis, S., Wheelwright,S.C., dan McGee, V.E. (1999). *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Jakarta : Erlangga.
- Oktafri, (2001). *Aplikasi Metode Simulasi Monte Carlo untuk Menduga Debit Aliran Sungai*. From <http://202.124.205.107/files/BKP011502okt.pdf> di unduh tanggal 22 Desember 2010
- Taylor, James W.(2006). *Forecasting daily supermarket sales using exponentially weighted*

- quantile regression. Elsevier science: European Journal of Operational Research, 2007, Vol. 178, pp. 154-167.
- Taylor, James W.(2006). Using Exponentially Weighted Quantile Regression to Estimate Value at Risk and Expected Shortfall. University of Oxford: Journal of Financial Econometrics, 2008, Vol. 6, pp. 382-406.
- Turyna, Monika & Thomas Hrdina.(2009). Calculating Interval Forecasts. Department of Economics, University of Vienna.
- _____.(2009). Cumulative Distribution Function. From http://en.wikipedia.org/wiki/cumulative_distribution_function diunduh tanggal 1 Desember 2009
- _____.(2009). Estimate Volatility cones using rolling window. From http://tradingwithmatlab.blogspot.com/2009/06/using-volatility-cones_29.html diunduh tanggal 9 November 2010
- _____.(2010). Motor Vehicle unit Retail sales data in USA (UNITED STATES DEPARTMENT OF COMMERCE).From http://www.bea.gov/national/xls/gap_hist.xls diunduh tanggal 7 Oktober 2010
- _____.(2010). Univariate Time Series Models. From <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc44.htm> diunduh tanggal 11 Oktober 2010