

## Pendekatan Rantai Markov Waktu Diskrit dalam Memprediksi Penurunan dan Kenaikan Jumlah Pelanggan Air Minum Baru PDAM Kota Surakarta

Ariq Akhdan<sup>1</sup>, Akhmad Fauzy

<sup>1</sup>Universitas Islam Indonesia, Jl. Kaliurang KM 14.5, DI. Yogyakarta, Indonesia 55584

\*corresponding author: ariq.akhdan@students.uii.ac.id



E-ISSN: 2986-4178

### Riwayat Artikel

Dikirim:

3 Januari 2023

Direvisi:

17 April 2023

Diterima:

16 Juni 2023

### ABSTRAK

Perusahaan Umum Air Minum (PDAM) Kota Surakarta adalah salah satu bentuk Badan Usaha Milik Daerah (BUMD). Salah satu hal yang dapat menjadi indikator keberlangsungan PDAM sebagai perusahaan yaitu jumlah pelanggan air minum baru per bulannya. Jumlah pelanggan air minum baru dapat mengalami penurunan atau kenaikan setiap bulannya. Pencarian nilai peluang terjadinya penurunan dan kenaikan jumlah pelanggan baru akan berguna dalam pertimbangan pengambilan keputusan pengembangan usaha. Makalah ini memiliki tujuan untuk mencari nilai peluang terjadinya penurunan dan kenaikan jumlah pelanggan baru berdasarkan kondisi saat ini. Data yang digunakan adalah data Jumlah Pelanggan Air Minum Baru PDAM Kota Surakarta pada bulan Januari 2019 hingga Desember 2021. Data digunakan untuk menghitung jumlah penurunan dan kenaikan pada bulan tertentu berdasarkan kondisi bulan lalu supaya dapat membentuk rantai markov waktu diskrit. Berdasarkan rantai markov waktu diskrit yang terbentuk, membuat matriks probabilitas transisi 1 langkah, matriks probabilitas transisi n langkah, dan matriks transisi steady state. Didapatkan untuk matriks probabilitas transisi 1 langkah, peluang terjadinya penurunan dan kenaikan apabila terjadi penurunan pada bulan sebelumnya masing-masing sebesar 0.3571 dan 0.6429, sedangkan peluang terjadinya penurunan dan kenaikan apabila terjadi kenaikan pada bulan sebelumnya masing-masing sebesar 0.45 dan 0.55. Untuk matriks transisi steady state, peluang terjadinya penurunan dan kenaikan dalam jangka waktu panjang berdasarkan model rantai markov waktu diskrit yaitu masing-masing sebesar 0.4188 dan 0.5882.

**Kata Kunci:** Jumlah Pelanggan Air Minum Baru, Rantai Markov Waktu Diskrit, Matriks Probabilitas Transisi.

### ABSTRACT

*PDAM Surakarta is a form of Regional Owned Enterprise (BUMD). One of the things that can be an indicator for the sustainability of PDAM as a company is the number of new drinking water customers per month. The number of new drinking water customers may decrease or increase each month. Finding the probability value for both the decrease and increase of new customers will be useful in considering the right decision making for the business development. This paper aims to find the probability value for both the decrease and increase of new customers based on current conditions in order to form a discrete time markov chain. The data used is*

*data on the Number of New Drinking Water Customers of PDAM Surakarta from January 2019 to December 2021. The data is used to calculate the number of decreases and increases in a certain month based on the conditions of the past month in order to form a discrete time markov chain. Based on the discrete time markov chain formed, a 1-step transition probability matrix, an n-step transition probability matrix, and a steady state transition matrix is created. It is found that for a 1-step transition probability matrix, the probability of a decrease and an increase if there is a decrease in the previous month are 0.3571 and 0.6429, respectively, while the probability of a decrease and an increase if there is an increase in the previous month are 0.45 and 0.55, respectively. For the steady state transition matrix, the probability of a decrease and an increase in the long term based on the discrete time markov chain model are 0.4188 and 0.5882, respectively.*

**Keywords:** *Number of New Drinking Water Consumers, Discrete Time Markov Chain, Probability Transition Matrix.*

## 1. Pendahuluan

Menurut Undang-Undang Republik Indonesia, (UU RI) Nomor 23 tahun 2014 mengenai Pemerintah Daerah, dijelaskan bahwa Badan Usaha Milik Daerah (BUMD) adalah badan usaha yang seluruh atau sebagian besar modalnya dimiliki oleh daerah. BUMD memiliki beberapa tujuan, yaitu memberikan manfaat bagi perkembangan perekonomian daerah pada umumnya, menyelenggarakan kemanfaatan umum berupa penyediaan barang dan/atau jasa yang bermutu bagi pemenuhan hajat hidup masyarakat sesuai kondisi, karakteristik dan potensi daerah yang bersangkutan, dan memperoleh keuntungan. Pada dasarnya, BUMD memiliki peranan untuk mendukung perekonomian daerah dan menjadi salah satu sumber pendapatan daerah dengan menjalankan kegiatan usaha yang kurang atau jarang diminati oleh pihak swasta.

Keberlangsungan Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) Kota Surakarta sebagai sebuah BUMD salah satunya yaitu jumlah pelanggan yang menggunakan jasa perusahaan dalam mendistribusikan air bersih. PDAM Kota Surakarta melayani pelanggan di dalam dan di luar kota sehingga masih memiliki potensi besar dalam mendapatkan pelanggan baru. Setiap bulannya PDAM Kota Surakarta mengalami penurunan dan kenaikan jumlah pelanggan air minum baru. Apabila PDAM Kota Surakarta dapat mencari nilai peluang terjadinya penurunan dan kenaikan jumlah pelanggan air minum baru per bulannya berdasarkan data yang tersedia, maka hal tersebut dapat dijadikan pertimbangan pengambilan keputusan dalam pengembangan usaha. Namun apabila data yang tersedia merupakan data runtun waktu yang tidak memiliki pola konsisten atau teratur, maka pencarian nilai peluang terjadinya penurunan dan kenaikan jumlah pelanggan air minum baru per bulannya akan menjadi sulit.

Untuk dapat mengatasi masalah tersebut, maka dapat digunakan proses markov pada metode rantai markov waktu diskrit. Proses markov menyatakan bahwa suatu kejadian di masa depan paling dipengaruhi kejadian di masa kini. Sehingga apabila data jumlah penurunan dan kenaikan jumlah air minum baru PDAM Kota Surakarta memiliki pola yang

tidak teratur dan konsisten, maka metode rantai markov waktu diskrit dapat digunakan untuk mencari nilai probabilitas penurunan dan kenaikan jumlah pelanggan air minum baru. Terdapat beberapa penelitian lain yang menggunakan metode rantai markov waktu diskrit. Salah satunya yaitu penelitian yang memprediksi perencanaan produksi padi terhadap lahan panen oleh [3] berjudul “Pendekatan Rantai Markov Waktu Diskrit dalam Memprediksi Perencanaan Produksi Padi terhadap Lahan Panen di Sumatera Utara”. Penelitian tersebut menyatakan bahwa tingkat kenaikan produksi padi sangat berpengaruh akan tingkat kenaikan pada lahan panen. Terdapat juga penelitian yang dilakukan oleh [8] berjudul “Application of Markov Chains to Stock Trends”. Penelitian tersebut menyatakan bahwa portofolio saham yang menunjukkan kecenderungan besar terhadap keuntungan kecil dan kerugian yang besar dikarenakan melambatnya pertumbuhan perusahaan.

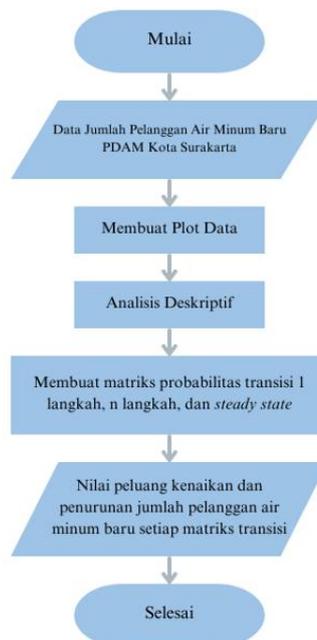
## **2. Metodologi Penelitian**

Data yang dipakai peneliti adalah data bulanan yang dimulai dari Januari 2019 sampai Desember 2021 yang berasal dari *database* PDAM Kota Surakarta. Pengambilan data menggunakan rancangan non-eksperimen, karena data diperoleh dengan cara mengunduh data yang telah tersedia. Penelitian ini menggunakan data kuantitatif untuk kemudian diolah dan dianalisis sehingga didapatkan nilai peluang terjadinya peristiwa tertentu di masa depan berdasarkan peristiwa yang terjadi saat ini. Pada penelitian ini sampel yang digunakan peneliti adalah variabel jumlah pelanggan air minum baru PDAM Kota Surakarta, dengan sampel sebanyak 36. Penelitian ini akan dilakukan dengan membandingkan dua bentuk rantai markov waktu diskrit, yang kemudian digunakan untuk menentukan matriks probabilitas transisi 1 langkah, matriks probabilitas  $n$  langkah, dan matriks transisi *steady state*.

### **2.1. Alur Penelitian**

Adapun alur penelitian yang dilakukan adalah:

1. Identifikasi masalah yang diteliti.
2. Memasukkan data Jumlah Pelanggan Air Minum Baru PDAM Kota Surakarta pada Januari 2019 hingga Desember 2021.
3. Membuat plot dari data dan melakukan analisis statistik deskriptif untuk melihat pola data.
4. Membuat matriks probabilitas transisi 1 langkah untuk mendapatkan nilai probabilitas penurunan dan kenaikan jumlah pelanggan baru berdasarkan satu satuan waktu sebelumnya.
5. Membuat matriks probabilitas transisi  $n$  langkah untuk mendapatkan nilai probabilitas penurunan dan kenaikan jumlah pelanggan baru berdasarkan  $n$  satuan waktu sebelumnya.
6. Membuat matriks probabilitas transisi *steady state* untuk mendapatkan nilai probabilitas penurunan dan kenaikan jumlah pelanggan baru dalam jangka waktu panjang.



Gambar 1. Diagram Alir Penelitian

## 2.2. Statistika Deskriptif

Statistika deskriptif adalah bagian dari statistika yang mempelajari tentang cara pengumpulan data dan penyajian data sehingga mudah dipahami [1]. Selengkapnya, statistika deskriptif yaitu sebuah ilmu yang bertujuan untuk mengolah dan menyajikan data dalam sebuah gambaran umum. Gambaran umum yang dimaksud bisa berupa grafik, tabel, atau pernyataan mengenai data yang digunakan. Pada kasus ini, peneliti .

## 2.3. Probabilitas Bersyarat

Probabilitas adalah suatu ilmu yang menghitung kemungkinan terjadinya suatu peristiwa dan menyatakannya sebagai sebuah nilai berupa angka [2]. Probabilitas memiliki rentang angka dari 0 hingga 1, dimana 0 berarti suatu peristiwa tidak mungkin terjadi, dan 1 berarti suatu peristiwa sudah pasti terjadi. Probabilitas bersyarat adalah kemungkinan terjadinya suatu peristiwa berdasarkan peluang terjadinya suatu peristiwa lain.

Probabilitas bersyarat adalah kemungkinan terjadinya suatu peristiwa berdasarkan peluang terjadinya suatu peristiwa lain. Apabila  $x$  dan  $y$  masing-masing merupakan kemungkinan terjadinya dua peristiwa yang berbeda, maka peluang bersyarat untuk  $x$  jika diketahui  $y$  telah terjadi sebelumnya adalah sebagai berikut.

$$P(x|y) = \frac{P(x \cap y)}{P(y)} \quad (1)$$

$f(x|y)$ : peluang bersyarat kejadian  $x$  jika kejadian  $y$  diketahui,  $P(x \cap y)$ : peluang terjadinya  $x$  dan  $y$  sekaligus, dan  $P(y)$ : peluang terjadinya  $y$

## 2.4. Proses Stokastik

Proses Stokastik adalah suatu barisan kejadian yang memenuhi hukum-hukum peluang [3]. Proses stokastik mempelajari variabel random yang memiliki indeks atau urutan berupa waktu. Karena indeks berupa waktu, maka data yang digunakan yaitu berupa

data runtun waktu. Proses stokastik digunakan untuk memodelkan perubahan pada sebuah data runtun waktu yang memiliki pola yang tidak konsisten.

## 2.5. Rantai Markov Waktu Diskrit

Proses markov merupakan proses yang menyatakan bahwa kejadian di masa depan paling dipengaruhi kejadian di masa kini dan tidak dipengaruhi kejadian di masa lalu. Berdasarkan hal tersebut, dapat dibentuk rantai markov diskrit sebagai berikut [3].

$$P(X_{n+1} = j|X_n = i) = P(X_n = j|X_{n-1} = i) \quad (2)$$

$P(X_{n+1} = j|X_n = i)$ : peluang terjadinya kejadian  $j$  di masa depan jika kejadian di masa kini diketahui,  $P(X_n = j|X_{n-1} = i)$ : peluang terjadinya kejadian  $j$  di masa kini jika kejadian di masa lalu diketahui. Peluang bersyarat pada rantai markov tersebut disebut peluang transisi satu langkah.

## 2.6. Matriks Probabilitas Transisi

Rantai markov waktu diskrit dapat dituliskan dalam sebuah matriks probabilitas transisi satu langkah sebagai berikut [3].

$$P = \{p_{ij}\} \quad (3)$$

$P$ : matriks transisi  $P$  dan  $p_{ij}$ :  $P(X_{n+1} = j|X_n = i)$  (peluang terjadinya kejadian  $j$  di masa depan jika kejadian di masa kini terjadi kejadian  $i$ ). Untuk dapat membuat matriks probabilitas transisi  $n$  langkah, maka dapat menggunakan persamaan *Chapman-Kolmogorov* sebagai berikut.

$$P_{ij}^{m+n} = \sum_k P_{ik}^m P_{kj}^n \quad (4)$$

$P_{ij}^{m+n}$ : peluang transisi dari kejadian  $i$  ke kejadian  $j$  setelah  $m + n$  langkah dan sebelumnya diketahui terjadi kejadian  $i$ ,  $P_{ik}^m$ : peluang transisi dari kejadian  $i$  ke kejadian  $k$  setelah  $m$  langkah dan sebelumnya diketahui terjadi kejadian  $i$ ,  $P_{kj}^n$ : peluang transisi dari kejadian  $k$  ke kejadian  $j$  setelah  $n$  langkah dan sebelumnya diketahui kejadian  $k$ . Persamaan *Chapman-Kolmogorov* dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$P^{m+n} = P^m P^n \quad (5)$$

$P^{m+n}$ : matriks transisi probabilitas  $m + n$  langkah,  $P^m$ : matriks transisi probabilitas  $m$  langkah, dan  $P^n$ : matriks transisi probabilitas  $n$  langkah Ukuran Kesalahan.

Matriks probabilitas transisi  $n$  langkah berguna untuk menghitung peluang terjadinya berbagai kejadian di  $n$  periode masa depan berdasarkan berbagai kejadian yang terjadi di masa kini. Semakin besar  $n$  langkah, maka akan semakin seimbang peluang transisi kejadian. Apabila sebuah matriks probabilitas transisi memiliki peluang transisi yang mencapai kondisi seimbang dan tetap, maka matriks probabilitas transisi tersebut memiliki peluang steady state. Matriks probabilitas transisi yang memiliki peluang *steady state* berguna untuk menghitung peluang terjadinya berbagai kejadian pada jangka waktu yang lama. Matriks probabilitas transisi dengan peluang *steady state* dapat dihitung menggunakan persamaan distribusi stasioner sebagai berikut [3].

$$\pi P - \pi = 0 \rightarrow \pi(P - I) \tag{6}$$

$$\sum_i^m \pi_i = 1 \tag{7}$$

$\pi$ : jumlah kolom  $\pi = [\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_m]$ ,  $P$ : matriks transisi P, dan  $p_{ij}$ : matriks identitas

### 3. Hasil dan Pembahasan

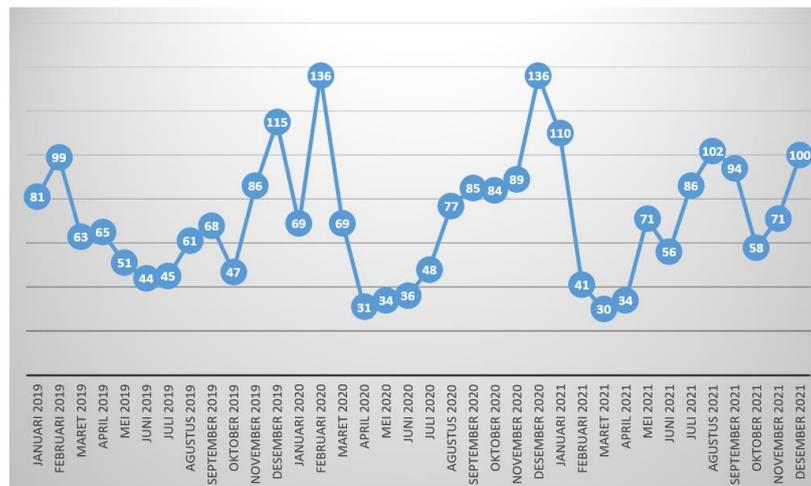
#### 3.1. Analisis Deskriptif

Penelitian ini menggunakan data Jumlah Pelanggan Air Minum Baru PDAM Kota Surakarta dari bulan Januari 2019 sampai Desember 2021 dan Berikut merupakan data aktual dan plot tersebut.

```
> Pelanggan_Baru = read.delim("clipboard")
> Pelanggan_Baru
  Tahun Bulan Pelanggan_Baru
1  2019 Januari             81
2  2019 Februari           99
3  2019  Maret             63
4  2019  April             65
5  2019   Mei             51
6  2019   Juni             44
7  2019   Juli             45
8  2019 Agustus            61
9  2019 September         68
10 2019 Oktober           47
11 2019 November          86
12 2019 Desember         115
13 2020 Januari           69
14 2020 Februari         136
15 2020  Maret           69
16 2020  April           31
17 2020   Mei           34
18 2020   Juni           36
19 2020   Juli           48
20 2020 Agustus          77
21 2020 September        85
22 2020 Oktober          84
23 2020 November         89
24 2020 Desember        136
25 2021 Januari          110
26 2021 Februari         41
27 2021  Maret           30
28 2021  April           34
29 2021   Mei           71
30 2021   Juni           56
31 2021   Juli           86
32 2021 Agustus         102
33 2021 September         94
34 2021 Oktober          58
35 2021 November         71
36 2021 Desember        100
```

**Gambar 2** Data Aktual Jumlah Pelanggan Air Minum Baru

Dari data tersebut kemudian dibuat plot untuk dapat dilakukan analisis deskriptif.



**Gambar 3** Plot Jumlah Pelanggan Air Minum Baru Januari 2019 hingga Desember 2021

Dari plot diatas, dapat diketahui bahwa data Jumlah Air Minum Baru per Bulan tidak memiliki pola yang konsisten. Hal ini dapat dilihat dari penurunan dan kenaikan jumlah pelanggan air minum baru yang tidak terpaku pada bulan atau musim tertentu. Contohnya, data jumlah pelanggan air minum baru dari bulan Mei hingga Agustus memiliki pola yang berbeda setiap tahunnya. Pada tahun 2019 dan 2021, data dari bulan Mei hingga Agustus mengalami penurunan dan kenaikan, sedangkan pada tahun 2020, data dari bulan Mei hingga Agustus hanya mengalami kenaikan. Meskipun memiliki pola yang hampir sama, perlu diperhatikan juga bahwa pada rentang waktu yang sama, yaitu dari bulan Mei hingga Agustus, tahun 2021 mengalami penurunan dan kenaikan yang lebih tajam dibandingkan dengan tahun 2019.

### 3.2. Matriks Probabilitas Transisi 1 Langkah

Untuk dapat membuat probabilitas transisi, hal pertama yang dilakukan yaitu menghitung penurunan dan kenaikan pada data. Penurunan dan kenaikan data dilihat dari perbandingan data pada bulan tertentu dengan data pada bulan sebelumnya. Didapatkan hasil sebagai berikut.

**Tabel 1** Penurunan dan Kenaikan Jumlah Pelanggan Air Minum Baru

Tahun	Bulan	Total	Keterangan
2019	Januari	81	-
	Februari	99	Naik
	Maret	63	Turun
	April	65	Naik
	Mei	51	Turun
	Juni	44	Turun
	Juli	45	Naik
	Agustus	61	Naik
	September	68	Naik
	Oktober	47	Turun
	November	86	Naik
	Desember	115	Naik

2020	Januari	69	Turun
	Februari	136	Naik
	Maret	69	Turun
	April	31	Turun
	Mei	34	Naik
	Juni	36	Naik
	Juli	48	Naik
	Agustus	77	Naik
	September	85	Naik
	Oktober	84	Turun
	November	89	Naik
	Desember	136	Naik
2021	Januari	110	Turun
	Februari	41	Turun
	Maret	30	Turun
	April	34	Naik
	Mei	71	Naik
	Juni	56	Turun
	Juli	86	Naik
	Agustus	102	Naik
	September	94	Turun
	Oktober	58	Turun
	November	71	Naik
	Desember	100	Naik

Setelah mendapatkan hasil, selanjutnya peneliti membuat tabel peralihan status jumlah pelanggan air minum baru. Apabila penurunan dilambangkan dengan angka 0 dan kenaikan dilambangkan dengan angka 1, maka didapatkan hasil sebagai berikut.

**Tabel 2** Status Peralihan jumlah Pelanggan Air Minum Baru Per Bulan

Bulan ke- n	Bulan ke-(n+1)		Total
	0	1	
0	5	9	14
1	9	11	20

Berdasarkan hasil di atas, diketahui bahwa terdapat 5 kali penurunan ketika bulan sebelumnya juga mengalami penurunan, 9 kali kenaikan ketika bulan sebelumnya mengalami penurunan, 9 kali penurunan ketika bulan sebelumnya mengalami kenaikan, dan 11 kali kenaikan ketika bulan sebelumnya juga mengalami kenaikan. Setelah mendapatkan hasil tersebut, membuat matriks transisi P sebagai berikut.

$$P = \begin{bmatrix} \frac{5}{14} & \frac{9}{14} \\ \frac{9}{20} & \frac{11}{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3571 & 0.6429 \\ 0.45 & 0.55 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Berdasarkan matriks probabilitas transisi yang didapatkan, diketahui bahwa peluang terjadinya penurunan pada bulan depan ketika bulan ini juga mengalami penurunan yaitu sebesar 0.357, peluang terjadinya kenaikan pada bulan depan ketika bulan ini mengalami penurunan yaitu sebesar 0.643, peluang terjadinya penurunan pada bulan depan ketika bulan ini mengalami kenaikan yaitu sebesar 0.45, dan peluang terjadinya kenaikan pada bulan depan ketika bulan ini juga mengalami kenaikan yaitu sebesar 0.55.

Mengingat bahwa terjadi kenaikan pada Bulan Desember tahun 2021, maka dapat dilakukan prediksi yang menyatakan bahwa peluang terjadinya penurunan jumlah pelanggan air minum baru pada Bulan Januari tahun 2022 yaitu sebesar 0.45, dan peluang terjadinya kenaikan jumlah pelanggan air minum baru pada Bulan Januari tahun 2022 yaitu sebesar 0.55.

### 3.3. Matriks Probabilitas Transisi n Langkah

Matriks transisi P yang didapatkan hanya berlaku untuk satu langkah atau satu satuan waktu yang dalam kasus ini satu bulan. Hal tersebut berarti matriks transisi P hanya dapat mencari peluang penurunan dan kenaikan berdasarkan kondisi pada 1 bulan yang lalu. Untuk dapat mencari peluang penurunan dan kenaikan berdasarkan kondisi pada 2 bulan yang lalu, maka perlu membentuk matriks transisi  $P^2$  yang dapat dilakukan menggunakan persamaan *Chapman-Kolmogorov* sebagai berikut.

$$P^2 = P^1 \cdot P^1$$

$$P^2 = \begin{bmatrix} 0.3571 & 0.6429 \\ 0.45 & 0.55 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.3571 & 0.6429 \\ 0.45 & 0.55 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4168 & 0.5832 \\ 0.4082 & 0.5918 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Berdasarkan matriks transisi  $P^2$  tersebut, diketahui bahwa peluang terjadinya penurunan pada 2 bulan ke depan ketika bulan ini juga mengalami penurunan yaitu sebesar 0.417, peluang terjadinya kenaikan pada 2 bulan ke depan ketika bulan ini mengalami penurunan yaitu sebesar 0.583, peluang terjadinya penurunan pada 2 bulan ke depan ketika bulan ini mengalami kenaikan yaitu sebesar 0.408, dan peluang terjadinya kenaikan pada 2 bulan ke depan ketika bulan ini juga mengalami kenaikan yaitu sebesar 0.592.

Berdasarkan hasil matriks transisi  $P^2$ , didapatkan peluang penurunan dan kenaikan pada bulan tertentu berdasarkan kondisi pada 3 bulan yang lalu sebagai berikut.

$$P^3 = P^2 \cdot P^1$$

$$P^3 = \begin{bmatrix} 0.4168 & 0.5832 \\ 0.4082 & 0.5918 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.3571 & 0.6429 \\ 0.45 & 0.55 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4113 & 0.5887 \\ 0.4121 & 0.5879 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Berdasarkan matriks transisi  $P^3$  tersebut, diketahui bahwa peluang terjadinya penurunan pada 3 bulan ke depan ketika bulan ini juga mengalami penurunan yaitu sebesar 0.411, peluang terjadinya kenaikan pada 3 bulan ke depan ketika bulan ini mengalami penurunan yaitu sebesar 0.589, peluang terjadinya penurunan pada 3 bulan ke depan ketika bulan ini mengalami kenaikan yaitu sebesar 0.412, dan peluang terjadinya kenaikan pada 3 bulan ke depan ketika bulan ini juga mengalami kenaikan yaitu sebesar 0.588.

### 3.4. Matriks Transisi Steady State

Peneliti telah membuat matriks probabilitas transisi 2 langkah dan matriks probabilitas 3 langkah yang dapat memprediksi kondisi dalam jangka waktu pendek. Namun kedua matriks probabilitas transisi tersebut hanya dapat menghitung peluang kondisi untuk 2 bulan ke depan dan 3 bulan ke depan yang termasuk ke dalam jangka waktu pendek. Peneliti kemudian membuat matriks transisi *steady state* untuk dapat memprediksi

penurunan dan kenaikan jumlah pelanggan baru air minum pada jangka waktu panjang. Hal tersebut dapat dilakukan dengan menerapkan distribusi stasioner terhadap matriks transisi P.

$$\begin{aligned} \pi(P - I) &= 0 \\ [\pi_0 \pi_1] \left( \begin{bmatrix} 0.3571 & 0.6429 \\ 0.45 & 0.55 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) &= [0 \ 0] \\ [\pi_0 \pi_1] \left( \begin{bmatrix} -0.6429 & 0.6429 \\ 0.45 & -0.45 \end{bmatrix} \right) &= [0 \ 0] \\ -0.6429\pi_0 + 0.45\pi_1 &= 0 \quad (1) \\ 0.6429\pi_0 - 0.45\pi_1 &= 0 \quad (2) \\ \pi_0 + \pi_1 &= 1 \quad (3) \end{aligned} \tag{11}$$

Setelah mendapatkan ketiga persamaan tersebut, didapatkan nilai  $\pi_0$  dan  $\pi_1$  sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \pi_0 &= 1 - \pi_1 \\ -0.6429(1 - \pi_1) + 0.45\pi_1 &= 0 \\ -0.6429 + 0.6429\pi_1 + 0.45\pi_1 &= 0 \\ 1.0929\pi_1 &= 0.6429 \\ \pi_1 &= 0.5882 \\ \pi_0 + 0.5882 &= 1 \\ \pi_0 &= 0.4188 \end{aligned} \tag{12}$$

Setelah mendapat nilai  $\pi_0$  dan  $\pi_1$ , didapatkan matriks transisi steady state sebagai berikut.

$$\pi = \begin{bmatrix} 0.4188 & 0.5882 \\ 0.4188 & 0.5882 \end{bmatrix} \tag{13}$$

Berdasarkan matriks transisi steady state tersebut, diketahui bahwa peluang terjadinya penurunan dalam jangka waktu panjang yaitu sebesar 0.4188. Dan peluang terjadinya kenaikan dalam jangka waktu panjang yaitu sebesar 0.5882. Hasil tersebut menunjukkan bahwa PDAM Kota Surakarta lebih cenderung mengalami kenaikan jumlah pelanggan air minum baru pada umumnya. Namun perlu diingat bahwa dengan seiring berjalannya waktu, peluang yang dihasilkan matriks transisi steady state dapat berubah dengan bertambahnya data. Oleh karena itu, proses perhitungan peluang penurunan dan kenaikan jumlah pelanggan air minum baru menggunakan metode rantai markov waktu diskrit perlu dilakukan secara terus menerus seiring dengan bertambahnya data baru yang dapat digunakan.

#### 4. Kesimpulan

Implementasi metode rantai markov waktu diskrit pada perhitungan peluang terjadinya penurunan dan kenaikan jumlah pelanggan air minum baru menggunakan 36 data Jumlah

Pelanggan Air Minum Baru bulanan dari bulan Januari 2019 sampai dengan Desember 2021 memberikan hasil sebagai berikut:

1. Mendapatkan matriks probabilitas transisi yang menyatakan bahwa peluang terjadinya penurunan pada bulan depan ketika bulan ini juga mengalami penurunan yaitu sebesar 0.357, peluang terjadinya kenaikan pada bulan depan ketika bulan ini mengalami penurunan yaitu sebesar 0.643, peluang terjadinya penurunan pada bulan depan ketika bulan ini mengalami kenaikan yaitu sebesar 0.45, dan peluang terjadinya kenaikan pada bulan depan ketika bulan ini juga mengalami kenaikan yaitu sebesar 0.55.
2. Mendapatkan matriks probabilitas transisi yang menyatakan bahwa peluang terjadinya penurunan pada 2 bulan ke depan ketika bulan sebelumnya juga mengalami penurunan yaitu sebesar 0.417, peluang terjadinya kenaikan pada 2 bulan ke depan ketika bulan ini mengalami penurunan yaitu sebesar 0.583, peluang terjadinya penurunan pada 2 bulan ke depan ketika bulan ini mengalami kenaikan yaitu sebesar 0.408, dan peluang terjadinya kenaikan pada 2 bulan ke depan ketika bulan ini juga mengalami kenaikan yaitu sebesar 0.591.
3. Mendapatkan matriks probabilitas transisi yang menyatakan bahwa pada jangka waktu yang panjang, peluang terjadinya penurunan dan kenaikan jumlah pelanggan air minum baru masing-masing yaitu sebesar 0.4188 dan 0.5882.
4. Peluang yang dihasilkan matriks transisi steady state tidak bersifat tetap sehingga proses perhitungan peluang penurunan dan kenaikan jumlah pelanggan air minum baru menggunakan metode rantai markov waktu diskrit perlu dilakukan secara terus menerus seiring dengan bertambahnya data baru yang dapat digunakan.

## 5. Daftar Pustaka

- [1] M. I. Hasan, Pokok-pokok Materi Statistik 1 (Statistik Deskriptif). Jakarta: PT. Bumi Askara, 2001.
- [2] TechTarget Contributor, Probability. <https://www.techtarget.com/whatis/definition/probability>.
- [3] I. Aulia, "Pendekatan Rantai Markov Waktu Diskrit dalam Memprediksi Perencanaan Produksi Padi terhadap Lahan Panen di Sumatera Utara," Bachelor's Thesis, Fakultas Ilmu Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sumatera Utara, Medan, 2018.
- [4] Yerizon and M.L. Nasution, Buku Pengantar Stokastik. Padang: Universitas Negeri Padang, 2003.
- [5] Y. Prinada, Pengertian BUMD, Karakteristik, Tujuan dan Contohnya. <https://tirto.id/pengertian-bumd-karakteristik-tujuan-dan-contohnya-gmUn>.
- [6] Sugiyono, Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D. Bandung: Alfabeta, 2009.
- [7] C. S. Widayati, "Komparasi Beberapa Metode Estimasi Kesalahan Pengukuran," Jurnal Penelitian dan Evaluasi Pendidikan, vol. 13, no. 2, pp 182–197. doi: 10.21831/pep.v13i2.1409.
- [8] K. J. Doubleday and J. N. Esunge, "Application of Markov Chains to stock Trends," Journal of Mathematics and Statistics, vol. 7, no. 2, pp 103–106, 2011. doi: 10.3844/jmssp.2011.103.106.